Department of Mathematics

数学専攻

概要

数学はその長い歴史の中で、数や図形の世界を個々の問題として解き明かそうとする努力や自然をより深く認識しようとする努力の中から発展してきました。その試みの中から、様々な思考の過程に現れる共通の仕組みを抽象化し、その世界に潜む原理や美を求めるという抽象数学の側面や、自然現象を記述しその解明を通し再び自然認識の世界へ光を返すという数理科学的側面が生まれてきました。近年では、コンピュータの目覚ましい発展にも支えられ、物理学、生物学、化学などの従来の自然科学の枠を越え、工学、経済学、人文・社会科学、情報科学など広範な分野にまで、数学の活躍の場が広がってきています。また、これら様々な分野との交流を通して、これまでにない新しい数学理論も生まれています。

ここ大阪大学大学院理学研究科数学専攻では平成７年４月１日から、教育・研究の両面において、大学院にその重点を移し、研究組織を６大講座（代数学、幾何学、解析学、大域数理学、実験数学、応用数理学）に改組しました。これは伝統的な数学をさらに深め発展させることと新しい数学にも柔軟かつ積極的に対応するために行われたものです。

数学専攻の入学定員は一学年当たり前期課程（修士）３２名、後期課程（博士）１６名です。大学院での講義内容は、大学院生の多様な要求に応えるために、質、量共に大幅に拡充されています。例えば、各分野における基礎知識の充実をはかるために、修士一年生を主に対象とする「概論」が開講され、修士二年次においては、より高度な知識の修得を目的とする「特論」が開講されています。また、修士論文や博士論文の完成を目指し、在学中を通して「セミナー」が開講され、ここでは指導教員の個別指導の下に、最前線の知識を学ぶと共に未解決問題への挑戦が行われます。さらに、これらの科目の履修によって、伝統的な代数学、幾何学、解析学のほか、多様な分野の研究が有機的に行えるように配慮されています。

数学教室には、充実した数学図書室があります。ここでは数学関係の学術雑誌約５００種類、単行本約５万冊が常時閲覧できると共に、コンピュータを利用して数学関係の文献を即座に検索することができます。また、計算機室が準備されており、論文作成から数式処理や数値計算に至るまで、数学に計算機を利用することができるなど、研究環境が整えられています。この様に、本数学専攻では、これまで数学教室が育んできた良き伝統である自由な学問的雰囲気のもとに、充実したカリキュラムと設備を提供し、全ての大学院生が教員と共に、より高き知を求め勉学・研鑽できる環境を求め続けています。

専攻の講座

数学専攻は次の６大講座があります。

- ●代数学講座
- ●幾何学講座
- ●解析学講座
- ●大域数理学講座
- ●実験数学講座
- ●応用数理学講座

研究分野

数学専攻では、次の分野が研究されています。

●整数論 ●環論 ●代数幾何学 ●代数解析学
●偏微分方程式 ●実解析 ●微分幾何学
●複素微分幾何学 ●位相幾何学 ●結び目理論
●離散群 ●変換群論 ●複素解析学 ●多変数関数論
●複素多様体 ●離散数学 ●確率論 ●力学系
●フラクタル ●数理工学 ●情報幾何学 ●数理物理学

数学専攻のホームページ

http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/

教員組織と教員数

専任教員　教授／15、准教授／13、講師／1、助教／9

教授	石田　政司	教授	中村　博昭
教授	太田　慎一	教授	藤原　彰夫
教授	片山聡一郎	教授	安田　健彦
教授	鎌田　聖一	教授	矢野　孝次
教授	後藤　竜司	教授	山ノ井克俊
教授	髙橋　篤史	教授	吉永　正彦
教授	土居　伸一	教授	渡部　隆夫
教授	冨田　直人		
准教授	戌亥　隆恭	准教授	武田秀一郎
准教授	内田　素夫	准教授	馬場　伸平
准教授	大川新之介	准教授	藤田　健人
准教授	太田　和惟	准教授	松本　佳彦
准教授	大場　貴裕	准教授	水谷　治哉
准教授	岡本　　葵	准教授	森山　知則
准教授	糟谷　久矢		
講師	菊池　和徳	助教	菊田　康平
助教	庵原　隆雄	助教	久野恵理香
助教	岩井　雅崇	助教	世良　　透
助教	大野　浩司	助教	中村　昌平
助教	小川　裕之	助教	原　　靖浩

兼任教員　教授／5、准教授／6

教授	金　　英子	教授	降籏　大介
教授	杉山　由恵	教授	三町　勝久
教授	中村　　誠		
准教授	茶碗谷　毅	准教授	宮武　勇登
准教授	縄田　紀夫	准教授	安井　弘一
准教授	東谷　章弘	准教授	若林　泰央

各教員の研究案内

Department of Mathematics

庵原 隆雄

非線形偏微分方程式

非線型偏微分方程式を研究しています。主に流体力学に関連する方程式に興味を持っています。現在の研究テーマは流体の自由境界問題です。流体の運動は、Navier-Stokes方程式のような偏微分方程式で記述できます。これをある決まった領域の上で考えれば、これはある決まった領域に閉じ込められている流体の運動を扱うことになります。これとは別に流体に動く表面があるような状況を考えようとすれば、「動く領域の上での流体の方程式」と「流体の表面の運動の方程式」を同時に考えることになります。このような種類の問題を、決まった領域の上のものである固定境界問題に対比して、自由境界問題と呼びます。一般に線型でない偏微分方程式というのは計算によって解くのが不可能ですが、上のような問題ではさらに領域の運動が加わるのですからますます不可能ですので、関数空間などを使った手法を使うことになります。また、最近は流体力学の微分方程式の数値近似法にも興味があります。流体の方程式では解に衝撃波と呼ばれる不連続性が出現します。これをいかにしてうまく近似するかがこの分野の大問題なのですが、これに貢献すべく試行錯誤しています。

Department of Mathematics

石田 政司

複素幾何学

幾何学全般に興味を持って研究を進めています。特に、トポロジーと微分幾何が交差する所に興味を抱いています。より具体的には、4次元多様体上のEinstein計量およびRicci flowの非特異解の非存在問題に対し、Seiberg-Witten不変量と呼ばれる微分同相不変量を応用する立場から研究をこれまで進めてきました。また、山辺不変量に関連する幾何にも興味を持っており、Seiberg-Witten不変量を応用することで、ケーラー曲面を特殊な場合として含む広いクラスの4次元多様体の山辺不変量の値を決定する、などの仕事も行ってきました。最近ではこれらの研究と並行して、4次元とは限らない一般次元のRicci flowの研究も始めています。Ricci flowは3次元ポアンカレ予想の解決を目指して、1980年代初頭にR. S. Hamiltonによって導入されました。そのアイデアをさらに推し進める形で、約20年後、G. Perelmanによって予想は解決されました。Perelmanは様々な革新的なアイデアで予想を解決しており、その理論は、Hamilton-Perelman理論と呼ばれています。Ricci flowを使った3次元ポアンカレ予想の解決により、Ricci flowを代表例とする幾何学的フローの研究は現在、世界的に1つの大きな流れとなっています。Ricci flowはある意味で最も単純な幾何学的フローであり、その様々な一般化が導入され研究されています。最近の関心事の1つは、そのような一般化されたRicci flowの幾何解析的な性質を、Hamilton-Perelman理論的視点から調べることです。

Department of Mathematics

戌亥 隆恭

非線形偏微分方程式

私の専門分野は非線形偏微分方程式です。特に、非線形分散型方程式と非線形波動方程式の解の大域挙動について研究を行っています。分散型方程式とは波の分散現象を記述する偏微分方程式で、例えば量子力学の基礎方程式であるシュレディンガー方程式や相対論的場の量子論を記述するクライン・ゴルドン方程式等があります。また、波動方程式は波の振動を表す偏微分方程式です。粒子または波同士の非線形な相互作用を考慮することで、光学や超伝導、ボース・アインシュタイン凝縮等、様々な物理現象が非線形分散型・波動方程式を用いて記述されることが示唆されています。非線形分散型・波動方程式の面白さは、分散という波を広げる効果と非線形という波を集める効果という二つの相反する性質が混在しているところです。これらのどちらが優位になるかで解の大域挙動が変わってきます。例えば、散乱解、爆発解、定常解、定常解に漸近する解等々、様々な解が現れます。私は、どういう条件の下で分散性が優位になるのか、または非線形性が優位になるのかについて研究を行っています。

Department of Mathematics

岩井 雅崇

複素幾何学、代数幾何学、多変数複素解析

射影多様体(複素射影空間の部分多様体)について研究しております。より具体的には接ベクトル束や余接ベクトル束が0以上の曲率を持つ射影多様体の構造に関して研究を行なっております。これまでの研究では、滑らかとは限らない計量(特異エルミート計量)を用いて、接ベクトル束が0以上の曲率を持つ射影多様体の構造を明らかにしました。そして0以上の曲率を持つ葉層に関してこの研究を拡張することができました。現在は余接ベクトル束が0以上の曲率を持つ射影多様体の構造に関して研究しております。

射影多様体の研究の面白いところは、複素幾何学や代数幾何学、多変数複素解析などあらゆる手法を用いることができるところです。射影多様体は定義から複素多様体であるので、複素幾何学・微分幾何学の手法が使えます。一方でChowの定理から射影多様体は代数多項式の零点集合で表せられるため、代数幾何学・双有理幾何学の手法が使えます。さらに射影多様体は複素ユークリッド空間の開集合の貼り合わせとみなせるので、多変数複素解析の手法を使って研究することができます。このように幅広い分野の手法を用いて研究をしております。

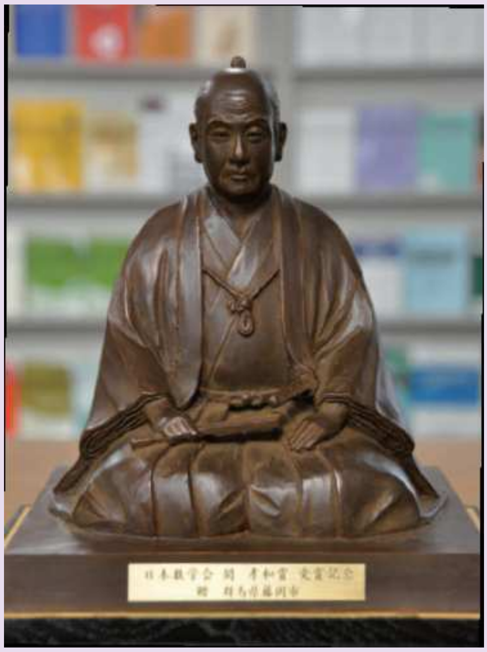
Department of Mathematics

内田 素夫

代数解析、超局所解析

微分方程式の関わる解析の問題について、個々の微分方程式について具体的な計算を通して詳細に調べるだけでなく（そのような計算も（特に其所で得られた単純な公式は）重要で面白いものなのですが、其れは其れとして）然ういった問題に共通する大雑把な一般原理を代数解析的な立場から統一的な見方や計算方法で理解したいと考えています。局所的な問題だけでなく大域的な問題についても、代数解析、超局所解析の立場からもつと然ういう理解が進めば、色々と面白いことに気付くことも出来るのではないかと思います。

昨今の数学の進歩の速さに浮足立つ事無く、地道に勉強、研究の日々を送ることが出来れば好いと思います。



Department of Mathematics

大川 新之介

代数幾何学

楕円、放物線、双曲線に代表されるように、「多項式=0」という形で表現される図形を代数多様体と呼びます。その諸性質を研究するのが代数幾何学ですが、私はこの分野の様々な問題に興味を持って研究をしてきました。

初期には、幾何学的不変式論（Geometric Invariant Theory、GIT）と双有理幾何学に関する研究をしていました。 GITは代数多様体への代数的な群作用に関する商を扱う理論であり、双有理幾何学は代数多様体を「一部だけ変換(改良)する」という操作を扱う分野です。GIT商を考える際には安定性条件と呼ばれる付加的な情報を選択する必要があり、これをいろいろと変えることによって相異なるいくつもの商が得られます。典型的にはそれらはお互いに双有理変換によって得られる関係になるのですが、特に良い状況では商の双有理幾何学がこの方法で完全に記述されることになります。私はそのような商のいくつかの幾何学的性質を明らかにしました。

最近は少し目先を変えて、主に圏論的な視点から代数多様体を考察しています。テーマの1つとして、代数多様体上の連接層がなす導来圏のある種の既約成分への分解について研究をしています。 この研究も実は双有理幾何学に動機を持っており、標準束公式など双有理幾何学の重要なテクニックを使います。他には、代数多様体の非可換変形やそのモジュライ空間についても研究を行っています。この話においても導来圏が中心的な役割を果たすのですが、他にもGIT、楕円曲線の幾何学、非可換多様体の双有理変換といった興味深いトピックが有機的に絡み合ってきます。また、19世紀末に遡る不変式論がモジュライの構成に自然と顔を出すという面白い発見もありました。他にも、連接層の導来圏が元の多様体の情報をどの程度覚えているのか、という問題についても研究をしています。

Department of Mathematics

太田 和惟

整数論

整数論の中でも特に、有理数係数の多項式族の零点集合として定義されるような代数多様体に付随する、L関数と整数論的な不変量との間にある不思議な関係に興味をもって研究を行っています。L関数とは、非常に大雑把にいうとリーマンゼータ関数の巨大な一般化とみなせる重要な関数で、数論的な不変量とは例えば、代数方程式の有理数解やセルマー群などがあげられます。現在では非常に一般的な代数多様体に対し、L関数と整数論的な不変量との不思議な関係を記述する公式が様々な形で予想されていますが、そのほとんどが未解決という状況です。例えば、楕円曲線という１次元の代数多様体の場合に対する予想である BSD 予想もこのような予想の一例ですが、これがアメリカのクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題の一つに指定されていることからも、L関数と整数論的な不変量をめぐる予想の難しさと重要さが窺い知れると思います。

私もこのような予想に貢献したいと思い、これまで、楕円曲線や楕円保型形式などに付随するL関数とセルマー群を、素数pに対するp進的な手法を用いて研究してきました。今後は、さらに高次元的な対象も含めて理解できるよう、日々研究を進めていきたいと考えています。

Department of Mathematics

太田 慎一

微分幾何学、幾何解析

私の専門は幾何学、特に解析学や確率論と関係の深い微分幾何学・幾何解析学です。研究のキーワードは、空間の曲がり方を測る概念である「曲率」です。例えば平面と球面で三角形の内角の和が異なるように、曲がり方は空間の性質に様々な影響を与えます（三角形の形状、同心球の体積の増え方、熱の伝わり方、エントロピーの振る舞い、等々）。このような考え方は強力かつ汎用性の高いものであり、基本的な対象であるリーマン多様体以外にも、距離空間、フィンスラー多様体、バナッハ空間、また離散的な対象であるグラフなど、幅広い分野で応用、研究されています。

Department of Mathematics

大野 浩司

代数幾何学

私が学生時代、皆さんと同様、専攻案内を見て、数論、幾何は分かるけど、代数幾何ってなんだ？と思いました。皆さんは2次曲線論を学ばれたことと思いますが、幾何の問題を解くのに代数的手法を用いるのが有効であることは既に気が付いていると思います。代数幾何学は、大体、その延長線上にあるものと考えて頂ければ良いでしょう。中、高校生時代は、何故、2次曲線なんて特定の方程式ばかり扱うんだろう、ｙがｘについて解けない方程式みたいにもっと複雑な方程式とかはどうやって取り扱うの？という疑問を抱いていた私は、あ、これかも！と思い飛びついた訳です。様々な複雑な方程式のうち、自明でない最も簡単なものはｙの2乗＝ｘの3次式という形の方程式です。これは楕円曲線（いわゆる楕円とは違います）といい、19世紀数学の金鉱脈と言われ、多くの数学者が多くの仕事を残しています。有名なフェルマー予想（フェルマー本人は解けたと主張しているが）なども、この楕円曲線に関するある種の問題解決がなされた結果、解決されたそうで、この分野の影響力は絶大なものといえるでしょう。ところで、ｘ,ｙと変数2個しか出てこないけど、3変数、4変数．．．といくらでも考え得るのでは？と思うのは自然で、近年の研究では曲線から曲面へ、さらなる高次元空間へと押し進められています。先程の楕円曲面の2次元版はK3曲面と呼ばれ、その名はエベレストより登頂困難といわれる山Ｋ2に由来、あるいはKの頭文字の3人の数学者名に由来するとも言われていますが、K3 曲面はトレリの定理により線形代数学の範疇におさまってしまうことが分かっているので、既に征服されていると言えます。私が現在研究しているのは、それらの高次元版で、一般にCalabiーYau空間と呼ばれています。物理学者によると、我々の住んでいる空間は時間、縦、横、高さの計4次元以外に3次元CalabiーYau空間を会わせて10次元あるとか26次元あるというらしいですが、そういった物理学的興味がなくても純粋に数学的に興味深いものです。私は今現在対数的極小モデル理論を駆使して解析しておりますが、既存の理論だけでは攻略法に乏しく、全く革命的な理論が必要と感じてきました。最近では、この分野の研究で新理論が続々と登場しています。こうした新しい理論を取り込みつつ、かと言って従来の理論をあなどって浮き足立つことなく地道に勉強、研究の日々を送るのが良いと思っています。

Department of Mathematics

大場 貴裕

位相幾何学

多様体のトポロジーを研究しています。接触構造、シンプレクティック構造という微分形式により定義される幾何構造をもった、接触多様体、シンプレクティック多様体が主な研究対象です。多様体がこれらの幾何構造をもつとき、どのようなトポロジカルな制約が出てくるか？、というのが主要な問題です。接触多様体、シンプレクティック多様体の研究手法には様々な研究手法があります。その中で私は、ファイバー束のようなファイバー構造（例えば、Lefschetz ファイバー空間やオープンブック分解）を用いたトポロジカルな研究手法に興味を持って研究してきました。ファイバー構造を介すると、高い次元の接触・シンプレクティック多様体の様子が低い次元のもので記述できたり、その逆もできたりします。また、ファイバー構造はシンプレクティック多様体の写像類群の研究との相性がよく、写像類群の言葉で幾何構造をもつ多様体を研究できることもあります。これもファイバー構造を用いた研究手法の魅力の１つです。

これまでは主に低次元（3・4次元）の接触・シンプレクティック多様体について研究してきました。この場合は、曲面の写像類群の様々な研究蓄積を用いることができます。近年は高次元についても理解を深めようと、5次元以上の多様体についても調べています。この場合は、4次元以上の多様体の写像類群についての理解が必要なのですが、研究蓄積はほとんどありません。ですので、このあたりの具体例の考察や理論整備に現在は取り組んでいます。また、擬正則曲線などの解析的な手法も最近は取り入れ、高次元をどうにかして理論の目で見ようと日々研究しています。

Department of Mathematics

岡本　葵

非線形偏微分方程式

私の専門は非線形偏微分方程式です。特に、様々な波動現象を記述する非線形シュレディンガー方程式や非線形波動方程式などの非線形波動・分散型方程式の初期値問題について研究しています。初期値問題とは、ある時刻(初期時刻)での状態(初期値)が与えられたとき、微分方程式で記述されるモデルがどのように時間発展するかを決定する問題です。

非線形の問題では、解を具体的に表示することは一般にはできないため、解の存在を理論的に示すことになります。しかし、解の存在だけでは、初期値が小さく変化した時に、対応する解の変化が大きくなる場合もあり、物理モデルや方程式の解析において様々な困難が生じます。そのため、解の存在に加えて、解が初期値に関して連続的に依存することを保証する初期値問題の適切性が多くの場合には要求されます。線形波動・分散型方程式の解は、周波数の大きい部分ほど速く広がるという特徴があります。そのため、時間発展による分散で生じる激しい振動をうまく解析に取り入れることにより、ある種の平滑化効果が得られます。さらに、各非線形項からどのような振動成分が発生するかを精密に捉えることで、非線形波動・分散型方程式の解析においても平滑化効果を利用することができます。

私は、このような分散性による平滑化効果を用いて、初期値問題の適切性に関する研究を行っています。最近では、解がどのように振る舞うかを調べる漸近挙動に関する問題や確率効果を含む問題にも興味を持っています。

Department of Mathematics

小川 裕之

代数的整数論

少し前にふと気がついたのですが、私はどうも、同じことを繰り返してもとに戻ってくる現象、周期的をもった物に興味を惹かれるようです。分数の小数展開は、途中から同じ数字の並びが繰り返されるのですが、実際に計算してみるととても面白い。いつまで計算してても飽きることがありません。連分数展開も大好きです。連分数というのは、分数の分母に分数が入れ子になって分数のことで、少し見にくいですが、$\sqrt{2} = 1+1/(1+\sqrt{2}) = 1+1/(2+1/(1+\sqrt{2})) = 1+1/(2+1/(2+1/(1+\sqrt{2}))) = 1+1/(2+1/(2+1/(2+1/(2+1/(2+1/\cdots)\cdots))$ と入れ子型の分数に書くことを言います。最後の式は、分母が $1/(2+1/(2+1/(2+$ と同じ形が繰り返されます。小数展開のときも連分数展開のときも、繰り返し部分の長さのできるだけ長いものを見つけたい。数のパズルのように見えますが、整数論のとても難しい予想（原始根予想、Gaussの類数1予想）に大いに関係のあることなのです。最近はとくに、関数を繰り返し作用させることを調べています。$g(x)$ を有理数係数の1変数有理関数とします。$g(\cdots g(\alpha)\cdots)=\alpha$ となる複素数αは代数的数になります。有理数体にαを添加した体について、次数、ガロア群、類数などともかくいろいろ計算し、もとの関数 $g(x)$ を使って調べたい。こんなことはいつでもうまくいくはずは無いのですが、そういうことのよくわかる関数 $g(x)$ をたくさん見つけたい。これはきっと何かの役に立つにちがいない、と思って、毎日こんなことをやっています。

Department of Mathematics

糟谷 久矢

複素幾何学、リー群と等質空間

これまでは、冪零群の幾何学を可解群の幾何学に拡張するという研究を行っていました。より具体的には、可解リー群の等質空間のコホモロジー理論と非ケーラー多様体の複素幾何学に力を入れていました。群論上の定義では可解と冪零の間にはわずかな違いしかないように感じられますが、幾何学的には大きな違いが生じます。私はこれらのテーマに関して、左不変性からの脱却や局所系コホモロジーの非自明性等を用いて、意外性を創出することに成功しました。

最近は、線形群の世界において冪零や可解と対を成すreductiveやsemi-simpleに関連する幾何学に興味を持っております。特に、非可換Hodge理論、Variation of Hodge 構造、semi-simple リー群の格子群および局所等質空間に関わる幾何学で面白いことができないかと画策しております。

Department of Mathematics

片山 聡一郎

非線形偏微分方程式

私の専門は非線形偏微分方程式です。もう少し限定して言うと、(狭い意味での)非線形波動方程式の初期値問題の研究を中心にして，広い意味での非線形波動現象を記述する方程式(クライン-ゴルドン方程式やシュレディンガー方程式) に対する初期値問題の研究も行っています。

初期時刻での状態(初期値)が与えられたときに、与えられた偏微分方程式を満たす解を求めるのが初期値問題です。「解を求める」といっても、具体的に解の表示を与えることは非線形の方程式の場合、一般的に言えば、ほぼ不可能です。そこで数学理論としては、解は存在するのか、存在するならば、大まかな挙動はどのようになるのかということを調べることが重要になります。

上記の方程式に対しては小さな初期値を考えるとき、任意の時刻までの解(大域解)が存在するかどうかは主として非線形項の次数に支配されます。特に臨界次数の場合には、非線形項のより詳しい形状にも依存して大域解の存在・非存在が決まります。私はこのような臨界次数の場合に興味をもって、大域解が存在するための条件や大域解の漸近挙動に関する研究を行っています。

Department of Mathematics

鎌田　聖一

位相幾何学

結び目理論、ブレイド理論、３次元・４次元のトポロジーを中心に研究しています。特に、結び目の高次元化である曲面結び目とブレイドの高次元化である曲面ブレイドに興味があります。曲面結び目は４次元ユークリッド空間内の閉曲面のことで、全同位で移り合うものは同値であると考えます。二つの曲面結び目が同値であるかどうかを判定することは一般に容易ではなく、そのために不変量が重要となります。１次元の結び目には様々な不変量があり、これまで多くの研究がなされてきました。曲面結び目については研究の歴史も浅く、不変量はわずかしか知られていません。私はカンドルという代数を用いて不変量の研究を行っています。曲面結び目と曲面ブレイドはAlexander-Markovの定理の高次元版によって関係付けられます。このことから、曲面ブレイドを通して曲面結び目を研究することができます。曲面ブレイドはブレイドモノドロミーを用いて描写できますが、同値性を示すための計算はとても複雑になります。チャートというグラフィクスを用いれば同値性をより簡単に示すこが可能となります。チャートは曲面ブレイドの他にも、４次元レフシェツ束空間にも使え、レフシェツ束空間の分類定理や安定化定理の証明などに有効です。この方面の研究もこれからの課題です。

Department of Mathematics

菊田 康平

代数幾何学、群論

代数多様体、特にK3曲面の導来圏の自己同値群を研究しています。導来圏とは、代数多様体上の連接層からなる複体と、その間の射を用いて定まる圏であり、代数多様体の情報を多く含んでいます。導来圏の自己同値群とは、ちょうど代数多様体の自己同"型"群に相当するものです。自己同型射の引き戻しを考えることで、自己同型群は自然に自己同値群に埋め込まれます。導来圏の自己同値群は、群論においても興味深い研究対象となっています。

自己同値群を理解するには、コホモロジー群への作用だけでは不十分であることが分かっています。そこで弦理論に端を発するホモロジー的ミラー対称性を根拠に、(シンプレクティック)写像類群との比較を考えます。群論の研究の大先輩である写像類群の歴史を遡ることで、豊富なアイデアが得られます。実際に写像類群との類似をもとに、これまで自己同値群の群論的、距離幾何学的、力学系的研究を行ってきました。しかしまだまだ未開拓な領域です。数学のあらゆる分野の手法を用いて、K3曲面の自己同値群を網羅的に研究することを自分のテーマと位置付け、日々取り組んでいます。

Department of Mathematics

菊池 和徳

微分トポロジー

４次元微分多様体のトポロジーについて研究しており、特にホモロジー種数、微分同相群の交叉表現、分岐被覆などに興味を持っています。中でも最も興味を持っているホモロジー種数について、わかりやすく説明しましょう。

４次元微分多様体 M のホモロジー種数とは、M の各２次元ホモロジー類 [x] に対し、[x]を代表する滑らかな曲面の最小種数 g を対応させる写像のことです。話を簡単にするため、M と [x] の次元をそれぞれ半分にして、２次元多様体であるトーラス (ドーナツ面) T の１次元ホモロジー類 [y] について考えてみましょう。地球儀にならい、T に経線と緯線を描き、それらが代表するホモロジー類をそれぞれ [m], [l] とすると、[y] = a[m] + b[l] と書けることがわかります (a, b は整数)。一方、[y] は有限個の二重交点のみを持つ円周のはめ込みで代表されることもわかります。そこで、[y] を代表するそのような円周のはめ込みのうち最小二重交点数 n はいくつか、という問題が自然な興味の対象になります。例えば、(a,b) = (1,0) または (0,1) のとき n = 0、(a,b) =(2,0) または (0,2) のとき n = 1、であることは容易に予想できると思います。実際、一般の a, b に対して最大公約数を d とすると n = d−1、であることがトポロジー的方法によって証明されます。

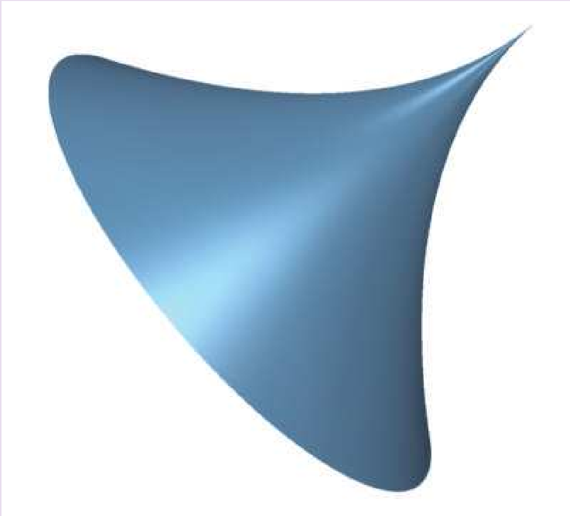
話を Tと [y] から元の M と [x] に戻すと、最小二重交点数n に相当するようなものが最小種数 g ですが、トポロジー的方法だけでは研究はなかなか進みません。微分幾何的な方法、特に理論物理のゲージ理論を応用した方法が有力になることが少なくありません。難解にはなりますが、面白い問題です。それでも、何でも目で見るように理解しようというトポロジスト精神を忘れずに研究しています。

Department of Mathematics

久野 恵理香

位相幾何学

私は、曲面や3次元ハンドル体の写像類群について研究しています。現在は、特に幾何学的群論の観点から写像類群を調べることに興味を持っています。幾何学的群論は比較的新しい分野であり、今後大きく発展することが期待されています。幾何学的群論において、最も重要な問題の一つとして「有限生成群の擬等長分類問題」があります。2つの有限生成群が擬等長的であるとは、大まかに、それらの語距離が線形関数の差を許して等しくなるということです。幾何学的群論の面白い点は、等長ではなく、擬等長という粗い尺度で測ることにより、無限群の性質が次々に明らかになっていくところです。現在、写像類群と擬等長的になる群はほとんど見つかっておりません。そこで私が疑問に思っていることは、「どの群が写像類群と擬等長的になるのか？」という問題です。この大きなテーマを軸に、写像類群について解明し、理解を深めていきたいと思っています。



Department of Mathematics

後藤 竜司

幾何学

最初に超ケーラー多様体に興味を持ったのは大学院生のときでした。偏微分方程式を解かずにリッチ平坦なアインシュタイン多様体が超ケーラー商として簡単に構成され、表現論、特異点とも関連し、その数学的豊穣さに魅了され、トーリック超ケーラー多様体のモース理論を調べたり、A_∞, D_∞ 型の超ケーラー多様体を無限次元の超ケーラー商として構成しました。リッチ平坦な多様体には超ケーラー多様体以外にもカラビ・ヤオ多様体、G_2、Spin(7)多様体があり、これらは特別なホロノミー群を持つ多様体と呼ばれています。リーマン計量や複素構造よりもむしろこれら幾何構造を決定している特別な閉微分形式に着目して変形理論を構成すると面白い程うまくいくことに気づき、トポロジカル・キャリブレーションという概念を導入し、これらの幾何構造の変形の統一理論をつくりました。その頃、一般化されたケーラー多様体が Hitchin, Gualtieri などに導入されていました。トポロジカル・キャリブレーションの変形理論を発展させて適用すると、うまく障害が消えて、一般化されたケーラー多様体が豊富に構成されることが分かりました。その後はこの一般化されたケーラー多様体の研究に取り組んでいます。一般化されたケーラー多様体においても、無限次元シンプレクティック幾何の枠組みをつくり、スカラー曲率をモーメント写像として導入したり、ケーラー多様体上の正則なベクトル束に関する小林・ヒッチン対応を一般化されたされた正則ベクトル束に拡張しています。一般化されたケーラー幾何はポアソン構造と関連し、変形量子化や非可換代数幾何と不思議な関連をしていることが示唆されていますがまだ解明されていないことも多く、未開拓の鉱脈のようです。

Department of Mathematics

世良 透

エルゴード理論、確率論、力学系

私の主な研究対象は無限測度を保存するエルゴード変換です。典型例として間欠写像（中立不動点を持つような非一様拡大写像）が挙げられます。間欠写像は間欠現象のトイモデルとして研究されており、数学のみならず統計物理においても重要な研究対象です。

エルゴード変換が確率測度を保存する場合は、Birkhoffのエルゴード定理により、適当な観測関数の長時間平均が空間平均に収束します。エルゴード変換が無限測度を保存する場合はBirkhoffのエルゴード定理があまり役に立たないのですが、その代わり種々の確率論的な極限定理が成り立つということが知られています。例えば間欠写像に適当な初期分布を与えると、適当な観測関数の長時間平均が一般化逆正弦分布に分布収束します。私の研究目標は、このような確率論的な極限定理を更に深化・発展させることです。そのために私は1次元拡散過程と間欠写像の確率論的な類似性に着目してきました。両者は出自が全く異なるものですが、前者の解析手法を適当に修正することで、後者に転用することができます。このような方針に基づいて日々研究を進めています。

Department of Mathematics

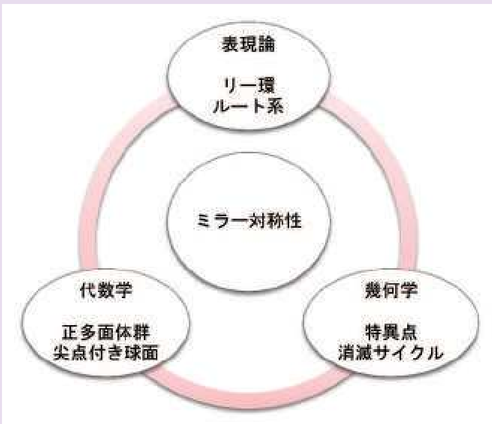
髙橋 篤史

複素幾何学、代数学、数理物理学

数学と理論物理学は互いに刺激を与えながら発展してきました。なかでも超弦理論に由来するミラー対称性は、数学に対して多大な影響を与えました。ミラー対称性の物理学は非常に興味深いアイデアの源であり、群論・表現論・保型形式・数論・代数幾何・シンプレクティック幾何等の、これまで個別に研究されてきた分野を結び付け、数学内部では想像つかない現象を予言し、重要問題を解く手がかりを与えました。

私が興味を持っているのは、ミラー対称性の数学です。物理的なアイデアを数学に取り込み、既存の数学を深めつつ新たな数学を切り拓くことを目指しています。とくに，代数学的・幾何学的・表現論的に構成される3種の導来圏の圏同値（ホモロジー的ミラー対称性）および平坦構造の同型（古典的ミラー対称性）を統制する「何か」を理解する、というのが主要な研究目的です。また，ここで得られる成果・着想を代数幾何学に応用し、とくに「代数的な空間」の定性的分類や定量的不変量の導出も目標の一つです。

最近では、「代数的な空間」＝「導来圏＋Bridgeland安定性」というミラー対称性の思想のもと、さらに「データ」を「空間」と同一視することで、ミラー対称性研究で培われた概念・諸結果をデータ科学に応用できるのではないかと考え、応用研究にも着手しています。



Department of Mathematics

武田 秀一郎

整数論、表現論

私の研究分野は、ラングランズ・プログラムと呼ばれています。この分野は、整数論、表現論、調和解析など、現代数学で主要とされる複数の分野が交わるところでもあり、そのため難解ではありますが、様々な興味深い研究結果が生み出される場所でもあります。

ラングランズ・プログラムの主な対象は保型表現とそれに付随するL関数というものです。保型表現とは行列群の一種である簡約群とよばれる群の表現のことであり、古典的なモジュラー形式の多大な一般化とみなせるものでもあります。各保型表現はさらにp進群などの局所的な表現に分解されます。私はとりわけテータ対応と呼ばれている手法を用いて、これらの群の表現に関して様々な研究を行ってきました。テータ対応の理論を使えば、一つの簡約群の表現から別の簡約群の表現を作り出すことができ、異なる簡約群の表現を比較することなどが可能になります。この理論を用いて、保型表現論における、重要な定理を証明してきました。

Department of Mathematics

土居 伸一

偏微分方程式

私の専門は偏微分方程式論です。偏微分方程式とは、独立変数とその未知関数、ならびに有限階数までその偏導関数に関する関数方程式のことであり、数理物理学・工学・微分幾何学などいろいろな分野に起源をもちます。私はその中でも波動現象を記述する方程式（波動方程式を代表とする双曲型方程式とシュレディンガー方程式を代表とする分散型方程式）に興味をもち研究しています。研究のもともとの嗜好は、応用に現れる個々の偏微分方程式の個別的性質を明らかにするというよりは、あるクラスの偏微分方程式に対してそれらを貫く基本性質（解の存在・一意性・特異性・漸近挙動、スペクトル的性質など）を明らかにすることにあります。もっとも最近はポテンシャルの形が限定されたシュレディンガー発展方程式を対象として、その解の特異性がいかに伝播するかというかなり具体的な問題に力を入れています。量子力学はプランク定数をゼロに近づけていくと古典力学で近似できると考えられていますが、同様に波動現象を記述する偏微分方程式の解の特異性は、それに付随する正準方程式の解の漸近挙動で制御できると期待されています。この原則がいかなる条件下で正しく、いかなる条件下で崩れるのか、それを明らかにするのが上述の問題の中心課題です。

Department of Mathematics

冨田 直人

実函数論

私の研究分野はフーリエ解析(調和解析)で、特に関数空間に興味を持っています。フランスの数学者 Fourier（1768-1830）は、熱方程式を解くためにフーリエ級数と呼ばれる三角関数からなる級数を導入しました。Fourier自身は、任意の周期関数は三角関数の和で表すことができると考えていましたが、現在ではこれが一般には成り立たないことが知られています。すると今度は、どのような周期関数であればフーリエ級数展開可能なのかという問題が生まれますが、この問に答える一つの関数の枠組みとして、ルベーグ空間という関数空間が登場します。関数空間とはある性質をみたす関数の集まりのことで、ルベーグ空間の場合にはp乗可積分な関数の全体です。このように、関数空間とは関数の滑らかさであったり遠方での減少性など、関数の持つ性質を調べる定規の役割を果たします。そして、どの関数空間を用いるのが適切なのかは、考えている問題に応じてかわってきます。最近、擬微分作用素にモジュレーション空間という関数空間が応用できることが分かり、特に私はこの空間に興味を持っています。擬微分作用素は、現代の偏微分方程式論において必要不可欠な道具と言われており、モジュレーション空間を詳しく研究することで擬微分作用素論をさらに発展させることが私の研究課題です。

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

Department of Mathematics

中村 昌平

調和解析学、実解析学

私の専門はユークリッド空間上の調和解析学及び実解析学です。その中でも、フーリエ変換に代表されるような「振動」の影響を、不等式を通じて量的に理解することが大きな目標です。例えば、a_n = (-1)^nという数列を、n=1000まで足しても、+1と-1が打ち消し合うので、結果は1です。ところがこの打ち消し合い（振動）の影響を無視して、|a_n|をn=1000まで足すと結果は1000で、先程の1とは大きな違いです。この例は最もシンプルなものですが、振動がより複雑な形で現れている場合は、この振動の影響を如何にして抽出するかが難しい問題になります。例えば、フーリエ変換であれば、積分を間に挟むものの、e^{-ix y}というシンプルな線形の形で振動が現れています。ところが、シュレディンガー方程式を考えると、e^{-i (xy + t y^2)}という非線形な振動を扱う必要があり、これは一筋縄ではいきません。このような振動現象は数学の様々な所で現れますが、私は特に曲面上のフーリエ変換（フーリエ拡張作用素）の振動の影響を如何にして捉えるか、という問題を研究しています。この曲面上のフーリエ変換の解析では、通常の振動の影響に加えて、考える曲面の曲率といった幾何学的情報（掛谷予想）も重要になり、その絡み合いが問題の難しさであり面白さでもあります。また曲面を適切に選ぶことで、シュレディンガー方程式の自由解からディオファントス方程式の整数解の個数まで、様々な数学的対象の振動現象を、フーリエ拡張作用素で表現できるという魅力もあります。関連して、Youngの畳み込み不等式のような、幾何学的不等式の最良定数にも興味があります。素朴な疑問をベースに研究をしていけたらと思います。

Department of Mathematics

中村 博昭

整数論

知りたい量を x とおき、 x が満たす方程式を立てて解くことは人類が何千年も前から受け継いだ数学の伝統です。２次方程式に続き、３次４次の方程式に解の公式があることはイタリア・ルネッサンスの時代にカルダノやフェラーリによって公けにされましたが、５次以上の方程式に累乗根による解の公式がないこと、そして累乗根で解けるための必要十分条件は、１９世紀になってからようやくアーベルやガロアの活躍で解明されました。このガロア理論の現代版が私の研究のメインテーマです。ガロア群の概念は２０世紀に入るとグロタンディークにより「数論的基本群」の概念に拡張され、代数的数のガロア群と位相幾何的なループのなす基本群の間の緊密な相互関係の発見(ベリーの定理)を契機に「遠アーベル幾何」という分野が生まれました。そこには代数曲線やそのモジュライ空間の被覆の系列の制御という重要な問題が横たわり、さらに深い数論的現象が立ち現れることが伊原理論により明らかになっています。 有理点や定義体に関わるディオファントス問題やガロアの逆問題、アソシエーターと呼ばれる非可換級数の性質を調べる問題など多岐にわたる分野が絡み合って活発に進展しているのみならず、関係する古典的な代数的数論や保形関数論の奥行きは深く、また応用する現代的な数論幾何学の間口も広いので勉強が大変ですが、重要な未解決問題も数多く残されています。少しでも解明に向けて前進したいと考えています。

Department of Mathematics

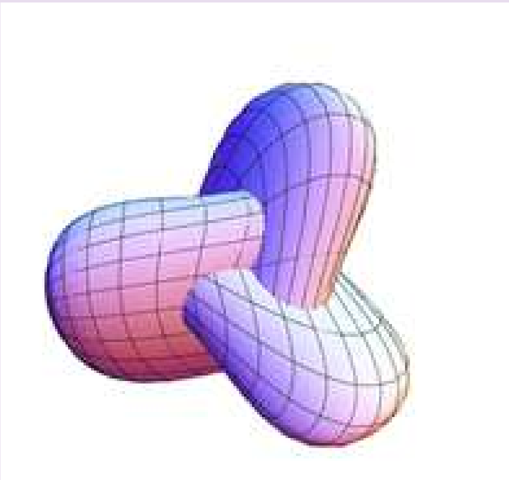
馬場 伸平

低次元幾何学、位相幾何学

曲面、つまり２次元の多様体は幾何学やトポロジーにおいて、ごく根本的な対象です。私の研究の中心は、曲面の幾何学構造（局所等質構造）と曲面の基本群（曲面群）から Lie 群への表現、特にそれら関係を探ることです。

離散表現とは、像がLie 群内の離散集合である準同型写像です。曲面群から PSL(2,R) や PSL(2,C) への離散表現は、それぞれ２次元や３次元の多様体の双曲幾何、リーマン面、さらに（位相）多様体の分類と関連してよく研究され、深い理論が確立されています。

私の研究テーマは「PSL(2,R) や PSL(2,C) への離散表現の幾何学的を、より一般の表現に拡張する」ことです。



Department of Mathematics

原 靖浩

変換群、位相幾何学

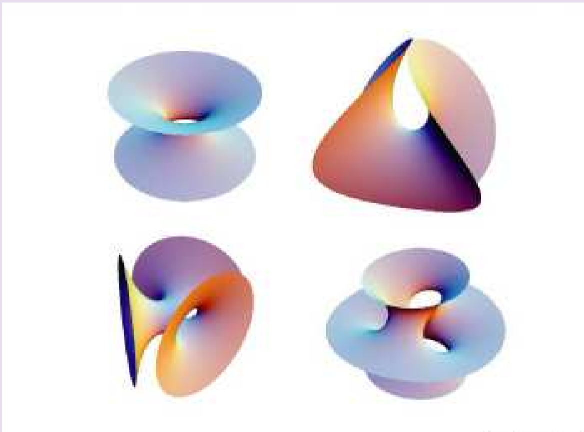
私の専門は位相幾何学で、特に変換群論について研究をしています。変換群論の有名な定理の一つとしてボルスク-ウラムの定理があります。これはホモロジー群を最初に学ぶときに、応用として取りあげられることが多い定理ですので知っている人も多いと思いますが、n次元球面からn次元ユークリッド空間への連続写像について、球面の対心点、つまり中心に関して対称な2点で、写像の値が等しくなるようなものが存在するという定理です。地球上の真反対にあるような2点で温度も湿度も等しくなるような点が存在するというような応用が語られることもあります。ボルスク-ウラムの定理を証明するためには、位数2の群を球面に不動点を持たないように作用させたときに、群の作用を保つような球面間の連続写像（同変写像と呼ばれる）について、その写像度が奇数になるという、群の作用を考えたときの写像のホモトピーに関する定理を証明し、それを用いるのが一つの方法です。とボルスク-ウラムの定理の場合には球面と位数 2 の群の作用いうものを考えているわけですが、実際には、もっと別の多様体で別の群を作用させせたときにも、このような群の作用を保つような連続写像のホモトピーに制限がつくことがあることがわかっています。私の現在の研究としては、このような現象をコホモロジー等を用いて考察したり、位相幾何学において出てくる他の位相不変量とどのように関係しているかを調べたりしています。

Department of Mathematics

藤田 健人

代数幾何学

代数幾何学の研究をしております。特に、「ファノ多様体」と呼ばれる特別な代数多様体の研究を、主として双有理幾何学的な観点で行っています。これまで「向井予想」と呼ばれるファノ多様体の不変量に関する予想の考察・可約代数多様体上の良モデルの存在の証明・対数的デルペッツォ曲面の分類のアルゴリズムの考案（安武和範氏との共同研究）等を行ってきました。最近は、主にファノ多様体の「K安定性」の研究を行っております。具体的には、（Chi Li氏と独立に）ファノ多様体のK安定性の双有理幾何的な条件に置き換えることに成功しました。



Department of Mathematics

藤原 彰夫

数理工学

普段、我々は「情報」という言葉を何気なく口にしますが、「情報とは結局のところ何なのだろうか？」という疑問にふと思いを巡らすと、そこには途方もなく深い闇がたゆたうように横たわっていることに気づきます。この根源的問いかけに答えることなど望むべくもないのかもしれませんが、それでも少しでも前に進むべく、私は非可換統計学、情報幾何学、量子情報理論、計算理論などの様々な切り口から情報の本質に迫ろうと挑戦しています。

量子力学は古典的な確率論の非可換化と見なすこともできますが、同様に、古典的な確率論に立脚した統計学を非可換な量子力学の世界に拡張したものが『非可換統計学』と呼ばれる分野です。いわゆるハイゼンベルクの不確定性関係は、こうした研究の初期の姿と見ることもできるでしょう。物理量の同時非可測性に起因する数学的難しさが、逆にこの分野の魅力ともなっています。ところで、確率論というと、多くの人は解析学を連想するのではないでしょうか。しかし、確率分布全体からなる空間を考え、そこに多様体構造を導入して幾何学の観点から研究することも可能なのです。これが『情報幾何学』と呼ばれる分野で、ここではリーマン計量に関して互いに双対な2つのアファイン接続を同時に考える視点が中心的役割を果たします。私は、こうした幾何構造を、量子状態のなす空間に拡張したいと思って研究を続けています。もちろん、ただ形式的に非可換な世界に拡張するだけなら難しくないかもしれません。でも私が目標としているのは、非可換統計学や量子情報理論において操作的な意味を持つ量子情報幾何構造を明らかにすることなのです。とはいえ、言うは易く行うは難しで、なかなか一筋縄では研究が進まず苦労しています（だからこそ面白い！）。 さらに最近は（まだ研究に着手したばかりではありますが）計算論的もしくはゲーム論的にランダムなデータ系列のなす空間の幾何構造に興味があります。いつの日か、ランダムネス理論と情報幾何学を融合させた新たな武器（もしくは世界観）を創り上げ、これを用いて熱・統計力学を捉え直してみたい、これが私の夢です。

Department of Mathematics

松本 佳彦

微分幾何学、多変数複素関数論

「遠方において対称性の高いモデル空間に近づいていく」空間と、その無限遠境界の幾何学を研究しています。

ここでいう「対称性の高いモデル空間」としては、双曲空間や複素双曲空間などのコンパクトでない空間を想定しています。ほんとうの○○空間（モデル空間）そのものではないが「空間内の任意の位置から遠ざかれば遠ざかるほど局所的には○○空間のようにみえてくる」空間があるとき（そのようなものを「漸近的○○空間」とよぶことにしましょう）、その解析学的性質は、本物の○○空間の場合と比べて、大雑把にはどのように似ており、しかし精密にいえばどのように違うのか、というのが基本的な興味です。

なかでも「漸近的複素双曲空間」は多変数複素関数論ないし複素幾何学に淵源があります。多変数複素関数論で登場する「有界強擬凸領域」といわれる性質のよい領域は、完備ケーラー・アインシュタイン計量という微分幾何学的構造を自然に備えた空間と捉えられますが、それが「漸近的複素双曲空間」になっているのです。したがって漸近的複素双曲空間を知ることは多変数複素関数論をよく知ることにもつながります。

ところで漸近的○○空間の重要な特徴に、これらの空間には「無限遠境界」があり、そこにはそれ自身の微分幾何学的構造が備わっていて、空間内部と無限遠境界の幾何の相互作用が生じていることがあります。共形構造やCR構造（コーシー・リーマン構造）といった無限遠境界の構造の理論はそれ自身深いものですが、それも「漸近的○○空間」との関係の中で見つめてみたくなります。

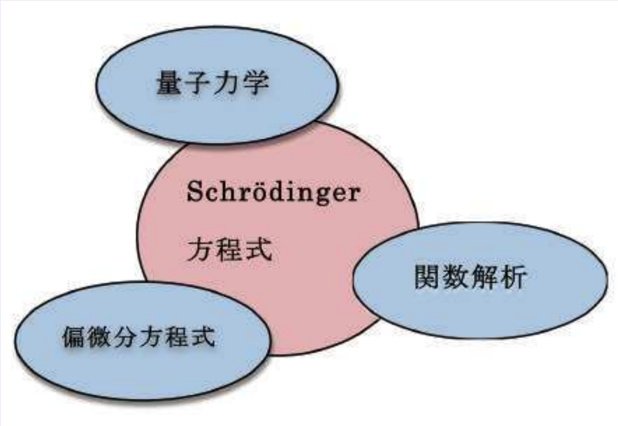
いちばん広く研究されているのは「漸近的双曲空間」の場合で、これについては世界的にみればかなりの研究の蓄積があります。しかしそれでも未解明のことは多いですし、一般の漸近的○○空間のことも含めていえば、目の前に広がっているのはほとんど荒野であると言ってもよさそうです。具体的なケースの調査と抽象的な考察の間を往復しながら、理解を深めていこうと思います。

Department of Mathematics

水谷 治哉

偏微分方程式

専門は偏微分方程式論です。そのなかでも量子力学の基礎方程式であるシュレディンガー方程式を研究してきました。これまでの研究のキーワードとしては半古典理論や超局所解析、散乱理論などが挙げられます。具体的にはシュレディンガー方程式の解の性質、例えば正則性や特異性、時刻無限大での漸近挙動などが古典力学系の性質とどのように対応づけられるのか、関数解析の手法を用いて調べています。最近は古典力学系に捕捉される軌道（例えば閉軌道）が存在する場合に関心を持っています。



その他にも多体問題やスペクトル理論、物性物理で重要なアンダーソン局在やアハロノフ-ボーム効果など、シュレディンガー方程式は数学的にも面白い題材を沢山持っていて興味の尽きない対象です。

Department of Mathematics

森山 知則

整数論

私は、整数論、とくに多変数の保型形式に興味を持って研究しています。古典的な一変数保型形式は、複素関数論でおなじみの上半平面の上で定義された正則関数で、ある種の対称性を持つものです。これは、整数論をはじめとして様々な数学の分野に自然に現れ、長い研究の歴史があります。

上半平面の高次元への一般化として、Riemann対称空間という多様体があるのですが、その等長変換群GはLie群（連続群）の構造をもちます。このLie群Gには代数的なやり方で離散的な部分群（数論的部分群）が定義されます。Riemann対称空間の上で定義された関数で、「数論的部分群に関する相対不変性」と「Lie群Gに由来する微分方程式系」の２つを満足するものが多変数の保型形式です。その研究は、少なく見積もって1930年代のSiegelの仕事に始まる70年以上の歴史を持ち、その時々の数学の様々な手法を縦横に用いて行われてきました。現在、私は局所体上で定義された簡約代数群の無限次元表現論を主な道具として、多変数の保型形式から定義されるゼータ函数の詳しい性質を調べたり、保型形式を具体的に構成することに取り組んでいます。

実際の研究では、かなり手ごわい計算にしばしば直面しますが、様々な状況証拠や一般的な予想などを手がかりに一歩一歩進むうちに、思わぬ（しかし気がついてみれば自然な）バイパスを発見し、一気に見通しが開けるなどという経験も多々あります。

Department of Mathematics

安田 健彦

代数幾何、特異点論

私の主な研究対象は代数多様体の特異点です。代数多様体とは代数方程式の解集合の成す図形のことですが、図形の尖ったり、自分自身で交わっていたりする点が特異点です。特異点は図形の解析を難しくしますが、多くの場面で現れるために特異点自体を理解することが重要です。また、それ自体が豊かな数学を含んでいる興味深い研究対象です。

もう少し具体的には、特異点解消、特異点の双有理幾何的性質、マッカイ対応などに興味があります。これらは古典的な研究分野ですが、少し視点や問題設定を変えると新しい現象を発見できることが(たまにですが)あります。このような発見こそが、私にとって数学研究の一番の醍醐味です。モチーフ積分、フロベニウス写像、モジュライ論的爆発、非可換環などの様々な道具を用いて、ときには自分で道具を作って研究をしています。 最近は正標数(1をいくつか足し合わせると0になる世界)における、特異点のミステリアスな振る舞いに魅了されています。

Department of Mathematics

矢野 孝次

確率論、エルゴード理論

確率論には、大数の法則、重複対数法則、中心極限定理、ポアソン小数法則、逆正弦法則などの、いろいろな極限定理があります。それらは時間の経過とともにランダムに推移する確率過程について、十分な時間が経過したときに現れる極限的性質についての数学理論です。

私は逆正弦法則について、一次元拡散過程に対する拡張、および平均的中立不動点を持つランダム力学系に対する拡張、を研究してきました。逆正弦法則は、確率過程が正と負の無限遠点に引かれ合う度合いを記述しますが、それはまた二つの中立不動点を持つ力学系がそれらに引かれ合う度合いをも記述しており、確率過程論と無限エルゴード理論が交錯する興味深い問題です。私は処罰問題と呼ばれる、特定の挙動を長時間にわたって抑止する条件付け極限定理についても研究してきました。その極限過程はもとの確率過程と比べて、有限時間では絶対連続ですが無限時間では特異となり、ラドン・ニコディム密度は零に収束するマルチンゲールで与えられます。ここでの極限の取り方を時計と呼んでいるのですが、定数時計の代わりに指数時計や到達時刻時計などのランダム時計を用いることで、多様なマルチンゲールが現れます。ものの見方を変えることで、確率過程の興味深い構造が見えてきました。

Department of Mathematics

山ノ井 克俊

複素解析、複素幾何

複素幾何学と複素解析学について、主にネヴァンリンナ理論の立場から研究しています。 複素幾何学においては、高次元ネヴァンリンナ理論における主要な未解決問題である、射影多様体への整正則曲線に対する第二基本予想に興味をもっています。また一般型射影多様体上の小林擬距離の振る舞いにも興味をもっています。これらの問題は、一般型射影多様体上の代数曲線の標準次数を幾何学的種数で上から評価する、代数幾何学の問題とも関連しています。また、複素解析学については、複素平面上の有理型関数の値分布理論について、地味でありながらも、複素解析としての深みをもつ問題に興味を感じています。

Department of Mathematics

吉永 正彦

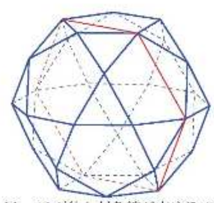
代数学、位相幾何学、組み合わせ論

離散的な構造と幾何学的な構造（図形の形）の関係を調べることに興味を持っています。中心的な研究対象は超平面配置です。超平面配置は、n 次元空間の中に、(n-1) 次元部分空間をいくつか置いたものですが、数学の様々な分野で自然に表れる対象です。超平面配置があると、実領域（部屋）や格子点、また配置に含まれるいくつかの超平面の共通部分として定まる部分空間たちのなすポセット（半順序集合）など、様々な離散構造が得られます。一方、超平面配置の補集合は位相幾何学的に興味深い空間です。超平面配置の構造は、対数的ベクトル場のなす加群など代数的な対象とも関係しています。ここ数年取り組んでいるのは以下のテーマです。

(1) 対数的ベクトル場の加群の自由性と基底の構成。
(2) ミルナーファイバーや被覆空間の位相幾何的な研究。
(3) 格子点の数え上げ理論と特性準多項式。

このうち(1)は代数幾何学や表現論との接点を持ち、最近は量子可積分系の知見に刺激を受けつつ進展しています。(2) では20・12面体と呼ばれる多面体から定まる超平面配置（20・12面体配置、下図参照）が、この方面で長年信じられていた予想を裏切る面白い性質を持つことが数年前に見つかりました。(3)は多面体論、トーラス上の部分トーラス配置の理論、グラフやマトロイドのTutte多項式の一般化など、多くのテーマとの関係が明らかになりつつあります。

数え上げ関数の背後にある構造への興味から、種々の組み合わせ論的現象の幾何学的実現、圏化などにも興味があります。圏論の研究者等が導入した、距離空間のマグニチュードの研究も進めています。少し離れますが、円周率のように、積分表示や級数表示を持つ実数（周期）についても興味を持っています。



20・12面体と対角線が定める平面

Department of Mathematics

渡部 隆夫

代数的整数論

　現在の研究内容は、数の幾何（geometry of numbers）です。数の幾何は1900年代初頭にミンコフスキーによって創始された分野で、有名な定理としてミンコフスキーの凸体定理「n次元ユークリッド空間の中の原点対称な凸体で、その体積が 2n より大きいものは、原点以外の整数点を必ず含む。」があります。凸体として楕円体を取るとより精密な結果が言えます。例えば、3次元の場合には、3次の実正則行列Aを固定して、点xで内積 (Ax, Ax) の値が定数 c>0 以下になるようなもの全体の集合を K(c) とおくと、K(c)は楕円体になります。cを変化させて、各 i=1, 2, 3 に対し、定数 ci を ci=「K(c)が i 個の一次独立な整数点を含むような c で最小のもの」と定義します。このとき、3個の定数c1, c2, c3について(c1)(c2)(c3)<=2｜detA｜2という不等式が成り立ちます。これはミンコフスキーの第2定理と呼ばれています。同様の不等式がn次元の楕円体の場合にもが成り立ちます。

　一般にAをn次実正則行列として、定数c1, c2,...,cnを3次元の場合と同じように（1次独立なベクトルがn個までとれるので、定数はn個になります）定義すると(c1)(c2)...(cn)<=h(n)｜detA｜2 が成り立ちます。ここでh(n)はn次元のエルミート定数とよばれる定数です。h(2)=4/3, h(3)=2, h(4)=4, などh(8)の値までは決定されていますが、一般のnでは、h(n)の値は求まっていません。この分野における最近の大きな話題は、2003年に h(24)=424が求められたことです。（皆さんも、例えばh(9)の値を決定すれば教科書に名前が載ることになります。ちなみに、h(3)=2を求めたのはガウス（1831年）でした。ガウスはミンコフスキーよりも前の年代の人ですが、実質的にこの値を求めていました。）私の興味は、上に述べたような数の幾何の理論をユークリッド空間から代数多様体に拡張することにあります。最近の研究で、Minkowskiの第2定理をグラスマン多様体やセベリ-ブラウアー多様体にまで拡張することができました。ここに述べたこと以外に、数論的部分群の基本領域、保型形式、2次形式の代数的理論や、ディオファンタス近似論にも興味があります。

分野別セミナーと談話会

●代数系セミナー

Department of Mathematics

整数論保型形式セミナー

整数論・保型形式セミナーは、主に整数論関係の分野を専攻する学生・研究者を対象として、代数的整数論、解析的整数論、保型関数論、数論幾何学、代数的組み合わせ論等における様々な話題を提供することにより、各人の知識の向上と幅広い視野の獲得を目的として開かれています。

セミナーは国内および国外の研究者が専門分野における最新の成果・話題について発表・報告します。学生・研究者同士の交流、情報交換の場の提供という役割も担っています。

Department of Mathematics

代数幾何学セミナー

本セミナーは代数幾何学およびその周辺分野で活躍される研究者同士の活発な情報交換の場として月２、３回程度行われます。通常各回に一名の研究者が９０分の講演を行い、講演後に質疑応答や講演者を囲んで議論をしたりします。

講演内容は主として代数幾何学に関連した多岐に渡る分野の総合報告から最新の研究結果にまで及んでいます。

講演者は日本だけでなく各国の大学からも来られ、活発な意見交換が行われています。参加者が当該分野に関する見識を広めると同時に深めることができるようなセミナーを目指しています。

●幾何学系セミナー

Department of Mathematics

幾何セミナー

主に微分幾何、複素微分幾何とその周辺分野で最近得られた結果についての講演を聞き討議します。

講師は、当大学のスタッフ、学生、他大学の方など、できるだけ、その仕事をした人自身にお願いし、質疑応答の時間も余裕を持ってとるなど、この分野の研究の生の現場に触れられるよう努力しています。

Department of Mathematics

トポロジーセミナー

トポロジーセミナーでは、低次元トポロジーと関連する様々な講演が行われています。特に、２～４次元の多様体の理論、結び目理論、幾何学的群論、双曲幾何、リーマン面、変換群論に関わる講演が多いです。

数学専攻の教員、大学院生に加え、情報科学研究科、全学教育推進機構の数学専攻兼任の教員および大学院生も参加します。

●解析系セミナー

Department of Mathematics

確率論セミナー

大阪大学確率論グループ（理学研究科・基礎工学研究科）では

１．確率論、確率解析、無限次元解析、および数学の他分野（実解析、微分方程式、微分幾何学など）から生じた関連問題

２．エルゴード理論、力学系、確率制御、数理ファイナンスなどの分野で確率論に関係した問題などについてセミナーを開催しています。

このセミナーは他大学の研究者・大学院生にも開放されており、国内外の研究者にも講演を依頼し交流を深めています。

Department of Mathematics

微分方程式セミナー

微分方程式関係では毎週金曜日に、線型方程式非線形方程式を問わず合同のセミナーを開き、最新の研究結果発表や周辺での研究現況の紹介等を通し、広く研究交流を行っています。

参加者は、解析系の教員と院生達ばかりでなく、工学研究科や基礎工学研究科など他研究科や阪大近隣の他大学からの参加も多い。話題としては、様々な線形および非線形微分方程式、特に数理物理学や数理工学に関連して現れる微分方程式に対する解の定性的な性質に関する研究を広くカバーしています。

Department of Mathematics

力学系・フラクタルセミナー

力学系理論、エルゴード理論、フラクタル理論に関係した幅広い分野の研究者・学生が集まって、一ヶ月に一度程度、水曜日の午後に１時間半程度の長さのセミナーを行っています。

そこでは、学内外の研究者や大学院生の方に最新の研究成果や研究進行状況を発表していただいて、参加者全員による活発な議論を行っています。また、参加者同士の交流や意見交換を盛んに行っています。

●談話会

Department of Mathematics

数学談話会

数学専攻の談話会は、数学の様々な分野の優れた研究者が最新の研究成果を分かりやすく解説する講演会です。月曜日の１６時３０分からＥ４０４大セミナー室で催されています。教員・学生を問わず誰でも参加できます。

講演の前後には、講演者を囲んでコーヒーやお茶などを楽しみながら文字通り談話することも多く、数学に限らずいろいろな話をして楽しいひとときを過ごします。