10=9.999...

大阪大学
理学研究科 理学部

Q

私は数学科の卒業生なのですが現在アルバイトで塾講師をやっております。
そこで中学生から次のような質問をされました。

「10/3=3.3333…なのに3.3333…×3=9.9999…となるのはなぜか?」

自分は極限の概念で理解しているのでうまく答えられませんでした。
(中学生なので極限はわからないと思いまして)一応、2/4と1/2が(表記が違うが)同じものを表しているように10と9.9999…も同じものを表していると言いましたがあまりいい説明だったとは思いません。
なにか中学生にもわかるようないい説明方法はないでしょうか?
いい案がありましたらお教え下さい。

A

数を「10/3=3.3333…」のように無限小数で表すというのは、結局のところ無限級数あるいは極限の概念を用いているわけですから、中学生にちゃんとした説明するのは困難だとは思います。
それに、数の実体と数の表記の区別というのはなかなか説明が難しいものです。
このあたりを考慮して、いくつか案を挙げましょう。

「10 と 9.999… が同じものを表している」ということを説明するには、
例えば
「x=9.999... とおくと、
10x=99.999... ですから
10x=99.999... と x=9.999... の両辺をそれぞれ引くと
10x-x=9 。
9x=9 の両辺を9で割って
x=10 。」
という無限小数をうまく消すという方法があります。

また、「10-9.999... を考えてみよう!」
というのも良いかもしれません。
「10-9.9=0.1, 10-9.99=0.01, 10-9.999=0.001,... 」
という計算を見ていけば
10-9.999... =0
がわかり(これは級数の収束の定義に戻って考えているにすぎないのですが)、
10=9.999...

を納得できるかもしれません。

以上が主な案です。それで納得がいかないようであれば、「3.3333…」というような無限小数による表記がいったいどのような意味であるかということを逆に聞いてみたりして無限を取り扱うのは難しいということをわかってもらい、それは高校以降でするのだということを伝えるなり、それに関する何らかの本を紹介するなりするしかないように思います。