

Department
of
Mathematics

数学専攻

概要

数学はその長い歴史の中で、数や図形の世界を個々の問題として解き明かそうとする努力や自然をより深く認識しようとする努力の中から発展してきました。その試みの中から、様々な思考の過程に現れる共通の仕組みを抽象化し、その世界に潜む原理や美を求めるといった抽象数学の側面や、自然現象を記述しその解明を通し再び自然認識の世界へ光を返すという数理科学的側面が生まれてきました。近年では、コンピューターの目覚ましい発展にも支えられ、物理学、生物学、化学などの従来の自然科学の枠を越え、工学、経済学、人文・社会科学、情報科学など広範な分野にまで、数学の活躍の場が広がってきています。また、これら様々な分野との交流を通して、これまでにない新しい数学理論も生まれています。

ここ大阪大学大学院理学研究科数学専攻では平成7年4月1日から、教育・研究の両面において、大学院にその重点を移し、研究組織を6大講座（代数学、幾何学、解析学、大域数理学、実験数学、応用数理学）に改組しました。これは伝統的な数学をさらに深め発展させることと新しい数学にも柔軟かつ積極的に対応するために行われたものです。

数学専攻の入学定員は一学年当たり前期課程（修士）32名、後期課程（博士）16名です。大学院での講義内容は、大学院生の多様な要求に応えるために、質、量共に大幅に拡充されています。例えば、各分野における基礎知識の充実をはかるために、修士一年生を主に対象とする「概論」が開講され、修士2年次においては、より高度な知識の修得を目的とする「特論」が開講されています。また、修士論文や博士論文の完成を目指し、在学中を通して「セミナー」が開講され、ここでは指導教員の個別指導の下に、最前線の知識を学ぶと共に未解決問題への挑戦が行われます。さらに、これらの科目の履修によって、伝統的な代数学、幾何学、解析学のほか、多様な分野の研究が有機的に行えるように配慮されています。

数学教室には、充実した数学図書室があります。ここでは数学関係の学術雑誌約500種類、単行本約5万冊が常時閲覧できると共に、コンピュータを利用して数学関係の文献を即座に検索することができます。また、計算機室が準備されており、論文作成から数式処理や数値計算に至るまで、数学に計算機を利用することができるなど、研究環境が整えられています。この様に、本数学専攻では、これまで数学教室が育ててきた良き伝統である自由な学問的雰囲気のもとに、充実したカリキュラムと設備を提供し、全ての大学院生が教員と共に、より高き知を求め勉学・研鑽できる環境を求め続けています。

専攻の講座

数学専攻は次の6大講座があります。

- 代数学講座
- 大域数理学講座
- 幾何学講座
- 実験数学講座
- 解析学講座
- 応用数理学講座

研究分野

数学専攻では、次の分野が研究されています。

- 整数論
- 可換環論
- 代数幾何学
- 代数解析学
- 偏微分方程式
- 微分幾何学
- 複素微分幾何学
- 位相幾何学
- 結び目理論
- 離散群
- 変換群論
- 複素解析学
- 多変数関数論
- 複素多様体
- 離散数学
- 確率論
- スペクトル理論
- 力学系
- フラクタル
- 数理工学
- 情報幾何学
- 情報理論
- 暗号理論

数学専攻ホームページ

<http://math.sci.osaka-u.ac.jp/>

教員組織と教員数

専任教員 教授／16、准教授／15、講師／1、助教／7

教授	大鹿 健一	教授	片山聡一郎
教授	小磯 憲史	教授	後藤 竜司
教授	小林 治	教授	今野 一宏
教授	杉田 洋	教授	高橋 篤史
教授	土居 伸一	教授	中村 博昭
教授	林 仲夫	教授	藤野 修
教授	藤原 彰夫	教授	盛田 健彦
教授	山ノ井克俊	教授	渡部 隆夫
准教授	伊藤 哲也	准教授	内田 素夫
准教授	榎 一郎	准教授	大川新之介
准教授	落合 理	准教授	糟谷 久矢
准教授	金 英子	准教授	鈴木 讓
准教授	砂川 秀明	准教授	角 大輝
准教授	富田 直人	准教授	宮地 秀樹
准教授	森山 知則	准教授	安田 正大
准教授	安田 健彦	講師	菊池 和徳
助教	庵原 隆雄	助教	大野 浩司
助教	小川 裕之	助教	神田 遼
助教	原 靖浩	助教	松本 佳彦
助教	水谷 治哉		

兼任教員 教授／7、准教授／4

教授	有木 進	教授	宇野 勝博
教授	小田中紳二	教授	中西 賢次
教授	日比 孝之	教授	三町 勝久
教授	和田 昌昭		
准教授	茶碗谷 毅	准教授	永友 清和
准教授	降旗 大介	准教授	村井 聡



各グループの研究案内

Department of Mathematics

庵原 隆雄

非線型偏微分方程式

非線型偏微分方程式を研究しています。なかでも主に流体力学に関連する方程式に興味を持っています。微分方程式というのは関数に関する条件のうちで関数の微分によって書かれているようなもののことです。流体力学であれば、流れている物体の速度や圧力などを表す関数がみだすべき法則があるわけですが、これらを束ねることで物体の運動を記述する微分方程式が得られます。このようにして得られる微分方程式に非圧縮流体の Navier-Stokes 方程式がありますが、これは解析的な計算によって解くことができない方程式の代表的な例です。

私の研究課題は、非圧縮流体の自由境界問題です。微分方程式を考えるとときに最も単純な設定は、ある決まった範囲で定義された関数について考えるもので、これは例えば容器に閉じ込められた流体を考えるよう

なことです。これに対して流体の表面が動く設定で考えることもでき、このような状況を記述する微分方程式を自由境界問題といいます。動いている流体内部における微分方程式と流体表面における境界条件を連立させたものを考えることになり、決まった領域で考えた微分方程式とは異なる難しさが生じるわけです。またこれとは別に、流体の表面運動の縮約方程式についても興味を持っています。縮約方程式というのは上のような自由境界問題を思い切って単純化したもののことですが、元の問題との関係が正当化できるかどうか为主要な問題で、これについて理論的な考察をしています。

Department
of
Mathematics

伊藤 哲也

位相幾何学、幾何学的及び組み合わせ群論

組みひも群や順序群、三次元多様体などを中心に、関係するトポロジー・幾何・代数やその組み合わせ構造について幅広く研究しています。

組みひも群は三次元空間の内絡んだひもで記述される群であり、感覚的にわかりやすいものですが、量子トポロジーや接触幾何学などの様々な分野にかかわる非常に重要な対象です。

また、順序群とは、自身の作用で不変である全順序を持つ群であり、やはり次元力学系をはじめとした様々な分野と関連している興味深い対象です。

私は主に順序のトポロジーへの応用や、孤立順序といった、変わった性質を持つ順序の構成など興味を持ち研究をしています。

最近では閉組みひもの3次元多様体版ともいえる3次元多様体のオープンブック分解を通して、3次元多様体のトポロジーや接触構造について研究を進めています。

Department
of
Mathematics

内田 素夫

代数解析

微分方程式の関わる解析の問題について、個々の微分方程式について具体的な計算を通して詳細に調べるだけでなく（そのような計算も（特に其所で得られた単純な公式は）重要で面白いものなのですが、其れは其れとして）然ういった問題に共通する大雑把な一般原理を代数解析的な立場から統一的な見方や計算方法で理解したいと考えています。局所的な問題だけでなく大域的な問題についても、代数解析、超局所解析の立場からもつと然ういう理解が進めば、色々面白いことに気付くことも出来るのではないかと思います。昨今の数学の進歩の速さに浮足立つ事無く、地道に勉強、研究の日々を送ることが出来れば好いと思います。



Department
of
Mathematics

榎 一郎

複素微分幾何

複素多様体は、局所的には、複素ユークリッド空間の開集合とその上の正則関数（およびそれらから定義されるもの）の世界です。正則関数は、ある開集合上で一致していれば、それを含む定義域の連結成分で一致してしまいます。複素多様体も、正則関数のこのような性質を継承していて、ある意味で硬いわけです。しかし、このかたさは、金属のような無機的な硬さではなく、むしろ、触れてみて暖かみがあったり。木目や節があったりする竹とか木の持つ質感と共通のものがあるように思えます。複素関数論で習った解析接続も、植物が育っていく様子に似ていますよね。正則関数全部を考えるかわりに、多項式だけを考えても一つの世界をなします。（複素）代数多様体の世界です。これは、複素多様体全体のなかでも豊穡なところですが、代数的に定義されるので、代数的な手法が有力ですが、例えば、代数学の基本定理に対し、関数論による簡明

な証明があるように、多変数関数論、微分幾何による（代数的でないという意味で）超越的な方法も強力です。この二つの手法の闘ぎあいが、複素多様体、特に複素代数多様体の研究の発展の原動力の一つだったと思います。複素多様体全体を地球とすると、代数多様体全体が大陸、その境界が大陸棚となるのでしょうか。私が、複素多様体の研究を志したのは、複素多様体全体のなかで代数多様体の特徴付けをあたえる小平の埋め込み定理にふれたからなのですが、実際に、研究を始めたのは、北極か日本海溝、といった感じのところからでした。現在は、超越的な手法による（主に）代数多様体の研究に興味の中心があります。（上陸したわけなのですが、アマゾンの密林のようです。）

Department
of
Mathematics

大川 新之介

代数幾何学

円や放物線のように多項式=0という形で決まる図形を代数多様体と言い、私が専門とする代数幾何学は端的に言えばそれらの性質を研究する分野です。その一方で、代数多様体は数学の様々な文脈で現れるため、他分野との関わり合いに注目して研究するという立場もあります。

初期の頃は、特に幾何学的不変式論（GIT）と双有理幾何学に関連する事柄に興味を持って研究をしていました。前者は代数多様体への代数的な群作用に関する商問題を扱う理論であり、後者は代数多様体を「一部だけ改変する」という操作を扱う分野です。商問題を考える際には安定性条件と呼ばれる付加情報が必要で、これをいろいろと変えることによって一般には異なる複数のGIT商が得られるのですが、良い状況ではそれらが双有理同値になります。さらに特別な場合にはGITによって商の双有理幾何学が完全に記述されるのですが、そのような商多様体のクラスとしてMori dream spaceというものが定義されています。

私はMori dream spaceからの正則射の像が再びMori dream spaceになることや、Mori dream spaceの標準束の正值性が商を取る前の多様体の特異点の悪さに対応することなどを明らかにしました。

ここ数年は少し目先を変えて、圏論的な視点から代数多様体を考察するという問題を考えています。その1つとして、極小な代数多様体上の接続層がなす導来圏に半直交分解と呼ばれる分解がどれくらい沢山あるのかについて研究をしています。この研究も実は双有理幾何学に動機を持っており、標準束公式など双有理幾何学の重要なテクニックを使います。他には、代数多様体の非可換変形やそのモジュライ空間についても研究を行っています。この話においても導来圏が中心的な役割を果たすのですが、GIT、楕円曲線の幾何学、非可換多様体の双有理変換といった興味深いトピックが有機的に絡み合ってきます。特に、19世紀末に遡る不変式論がモジュライの構成に自然と顔を出すという面白い発見もありました。

Department
of
Mathematics

大鹿 健一

位相幾何学

私の研究テーマは3次元多様体、双曲幾何、離散群です。3次元多様体はPoincaré以来、我々宇宙を理解しようという素朴な欲求に根ざし、長い間研究が続けられてきました。今世紀に入り、PerelmanによるThurstonの幾何化予想の解決という、大きな出来事がありました。依然として、3次元多様体全体を十分に理解できるようになったとはいえ、活発な研究活動が続けられています。

幾何化予想が解決している現在、3次元多様体の中でもっとも重要なクラスは双曲多様体です。3次元双曲多様体の研究は、函数論の分野で長く研究されていたKlein群の研究と結びついており、私はこの分野の研究を20年以上続けてきました。

双曲幾何で得られた手法は、Gromovにより始められた、現在流行の幾何学的群論と結びつき発展が続いています。私はこの分野にも興味を持っており、現在の目標は、Klein群の研究の発想を幾何学的群論と結びつけて新しい視野を開くことにあります。

Department
of
Mathematics

大野 浩司

代数幾何学

私が学生時代、皆さんと同様、専攻案内を見て、数論、幾何は分かるけど、代数幾何ってなんだ?と思いました。皆さんは2次曲線論を学ばれたことと思いますが、幾何の問題を解くのに代数的手法を用いるのが有効であることは既に気が付いていると思います。代数幾何学は、大体、その延長線上にあるものと考えて頂ければ良いでしょう。中、高校生時代は、何故、2次曲線なんて特定の方程式ばかり扱うんだろう、 y が x について解けない方程式みたいにもっと複雑な方程式とかはどうやって取り扱うの? という疑問を抱いていた私は、あ、これかも! と思い飛びついた訳です。様々な複雑な方程式のうち、自明でない最も簡単なものは y の2乗 $=x$ の3次式という形の方程式です。これは楕円曲線(いわゆる楕円とは違います)といい、19世紀数学の金鉱脈と言われ、多くの数学者が多くの仕事を残しています。有名なフェルマー予想(フェルマー本人は解けたと主張しているが)なども、この楕円曲線に関するある種の問題解決がなされた結果、解決されたそうで、この分野の影響力は絶大な

ものといえるでしょう。ところで、 x, y と変数2個しか出てこないけど、3変数、4変数...といくらでも考え得るのでは? と思うのは自然で、近年の研究では曲線から曲面へ、さらなる高次元空間へと押し進められています。先程の楕円曲面の2次元版は $K3$ 曲面と呼ばれ、その名はエベレストより登頂困難といわれる山 $K2$ に由来、あるいは K の頭文字の3人の数学者名に由来するとも言われていますが、 $K3$ 曲面はトレリの定理により線形代数学の範疇におさまってしまうことが分かっているので、既に征服されていると言えます。私が現在研究しているのは、それらの高次元版で、一般にCalabi-Yau空間と呼ばれています。物理学者によると、我々の住んでいる空間は時間、縦、横、高さの計4次元以外に3次元Calabi-Yau空間を合わせて10次元あるとか26次元あるというらしいですが、そういった物理学的興味がなくても純粋に数学的に興味深いものです。私は今現在対数的極小モデル理論を駆使して解析しておりますが、既存の理論だけでは攻略法に乏しく、全く革命的な理論が必要と感じてきました。最近では、この分野の研究で新理論が続々と登場しています。こうした新しい理論を取り込みつつ、かと言って従来の理論をあなどって浮き足立つことなく地道に勉強、研究の日々を送るのが良いと思っています。

Department
of
Mathematics

小川 裕之

代数的整数論

少し前にふと気がついたのですが、私はどうも、同じことを繰り返してもとに戻ってくる現象、周期的をもった物に興味を惹かれるようです。分数の小数展開は、途中から同じ数字の並びが繰り返されるのですが、実際に計算してみるととても面白い。いつまで計算しても飽きることがありません。連分数展開も大好きです。連分数というのは、分数の分母に分数が入れ子になって分数のことで、少し見にくいですが、 $\sqrt{2}=1+1/(1+\sqrt{2})=1+1/(2+1/(1+\sqrt{2}))=1+1/(2+1/(2+1/(2+1/(1+\sqrt{2}))))=1+1/(2+1/(2+1/(2+1/(2+1/(2+1/\dots))))$ と入れ子型の分数に書くことを言います。最後の式は、分母が $1/(2+1/(2+1/(2+1/\dots)))$ と同じ形が繰り返されます。小数展開のときも連分数展開のときも、繰り返し部分の長さのできるだけ長いものを見つけた

い。数のパズルのように見えますが、整数論のとても難しい予想（原始根予想、Gaussの類数1予想）に大いに関係のあることなのです。最近はとくに、関数を繰り返し作用させることを調べています。 $g(x)$ を有理数係数の1変数有理関数とします。 $g(\dots g(\alpha)\dots)=\alpha$ となる複素数 α は代数的数になります。有理数体に α を添加した体について、次数、ガロア群、類数などともかくいろいろ計算し、もとの関数 $g(x)$ を使って調べたい。こんなことはいつでもうまくいくはずは無いのですが、そういうことによくわかる関数 $g(x)$ をたくさん見つけたい。これはきっと何かの役に立つにちがいない。と思って、毎日こんなことをやっています。

Department
of
Mathematics

落合 理

整数論、数論幾何学

私の専門分野は広く言うと整数論、狭く言うと数論幾何学もしくは岩澤理論というものになります。整数論とは素数の分布などの整数の内在的性質を調べると同時に、不定方程式の有理数解の研究など整数や有理数に関連したあらゆる問題を追及する分野です。紀元前から脈々と続く歴史と現在も活発に変化する躍動感を併せ持っています。20世紀においても整数論には代数幾何学のような幾何的な手法をも吸収して多くの進歩が得られ、フェルマーの最終定理が350年の時を経てプリンストン大学のWiles氏によって解決されたことは記憶に新しい出来事です。

さて、私自身は有理数体を座標にもつ代数多様体などに興味を抱き、ガロア表現という線形代数的な不変量を通してどれくらい代数多様体の幾何的な情報を捉えることができるかという問題の一部を通してこの方

面の研究に入りました。その延長線上で代数多様体のゼータ関数の整数点での値を調べる問題に強く魅かれて現在はそのようなゼータ関数の値などの裏に隠された意味をp進的に調べる岩澤理論に精力をそそいでいます。特に、元々代数幾何学で発展した変形理論という考え方を岩澤理論の世界にもとり入れることで岩澤理論の一般化を追求しています。

最後になりますが、整数論における面白さのひとつとして離散的な対象と連続的な対象の間の思わぬ類似や代数的な対象と幾何的な対象などのかけ離れた事象の間の結びつく意外な驚きがあります。必然的に、様々な道具を要する難しさもありますが、様々な価値観や考え方を受け入れる懐の広さがある研究分野であるように思います。

Department
of
Mathematics

糟谷 久矢

幾何学

これまでは、冪零群の幾何学を可解群の幾何学に拡張するという研究を行っていました。

より具体的には、可解リー群の等質空間のコホモロジー理論と非ケーラー多様体の複素幾何学に力を入れていました。

群論上の定義では可解と冪零の間にはわずかな違いしかないように感じられますが、幾何学的には大きな違いが生じます。

私はこれらのテーマに関して、左不変性からの脱却や局所系コホモロジーの非自明性等を用いて、意外性を創出することに成功しました。

最近では、線形群の世界において冪零や可解と対を成す reductive や semi-simple に関連する幾何学に興味を持っています。

特に、非可換 Hodge 理論、Variation of Hodge 構造、semi-simple リー群の格子群および局所等質空間に関わ

る幾何学で面白いことができないかと画策しております。

Department
of
Mathematics

片山 聡一郎

非線形偏微分方程式

私の専門は非線形偏微分方程式です。もう少し限定して言うと、(狭い意味での)非線形波動方程式の初期値問題の研究を中心にして、広い意味での非線形波動現象を記述する方程式(クライン-ゴールドン方程式やシュレディンガー方程式)に対する初期値問題の研究も行っています。

初期時刻での状態(初期値)が与えられたときに、与えられた偏微分方程式を満たす解を求めるのが初期値問題です。「解を求める」といっても、具体的に解の表示を与えることは非線形の方程式の場合、一般的に言えば、ほぼ不可能です。そこで数学理論としては、解は存在するのか、存在するならば、大まかな挙動はどのようになるのかということ調べるのが重要になります。

上記の方程式に対しては小さな初期値を考えると、任意の時刻までの解(大域解)が存在するかどうかは主として非線形項の次数に支配されます。特に臨界次数の場合には、非線形項のより詳しい形状にも依存して大域解の存在・非存在が決まります。私はこのような臨界次数の場合

に興味をもって、大域解が存在するための条件や大域解の漸近挙動に関する研究を行っています。

Department
of
Mathematics

神田 遼

環論

私は環論を研究しています。環とは、整数のなす集合、多項式のなす集合、 n 次正方行列のなす集合のように和・差・積を持った代数的構造で、特に私は積が可換でない非可換環について調べています。

環の研究において重要な役割を果たすのが加群の概念です。これは線型代数で扱うベクトル空間の一般化なのですが、定義における唯一の違いは、係数の集合が実数体や複素数体のような体ではなくて、環であるということです。ベクトル空間はどのような係数体の場合でも同型類が基底の濃度に決定されることが分かりますが、環の場合には有限生成な加群であってもその様子は環自身の構造によって大きく異なります。逆に言うと、加群の振る舞いを調べることで環自身の構造を間接的に調べることができ、特に非可換環の場合には環自身を直接調べるよりも明瞭な理論を展開でき、より深い帰結に至ることがあります。

環上の加群の全体を抽象化した概念としてアーベル圏があります。それぞれの環に対して、その加群の全体はアー

ベル圏の構造を持ち、このアーベル圏の構造からもとの環をある程度復元することができます。同様のことが代数多様体上の接続層のなすアーベル圏に対しても成り立つことが知られていることから、アーベル圏は（非可換）環と（可換）代数多様体を含む大きな枠組みであると言えます。私の研究では、特定の性質を持つアーベル圏の一般的な性質を考察し、その帰結として非可換環に関する新しい性質を明らかにしてきました。このような抽象的な設定で研究を進めることで、環上の加群の圏以外のアーベル圏に対しても類似の問題を考えられるようになります。例えば、与えられたアーベル圏からの関手を考えることによって得られる関手圏もまたアーベル圏であり、その構造はもとのアーベル圏におけるホモロジー代数的な性質と密接な関係があります。このような特定のアーベル圏に対して一般論で生じた素朴な疑問を考察することは、既存の理論を新しい方向へ展開するための道標になるのではないかと期待しています。

Department
of
Mathematics

菊池 和徳

微分トポロジー

4次元微分多様体のトポロジーについて研究しており、特にホモロジー種数、微分同相群の交叉表現、分岐被覆などに興味を持っています。中でも最も興味を持っているホモロジー種数について、わかりやすく説明しましょう。4次元微分多様体 M のホモロジー種数とは、 M の各2次元ホモロジー類 $[x]$ に対し、 $[x]$ を代表する滑らかな曲面の最小種数 g を対応させる写像のことです。話を簡単にするため、 M と $[x]$ の次元をそれぞれ半分にして、2次元多様体であるトーラス（ドーナツ面） T の1次元ホモロジー類 $[y]$ について考えてみましょう。地球儀にならい、 T に経線と緯線を描き、それらが代表するホモロジー類をそれぞれ $[m]$ 、 $[l]$ とすると、 $[y] = a[m] + b[l]$ と書けることがわかります（ a, b は整数）。一方、 $[y]$ は有限個の二重交点のみを持つ円周のはめ込みで代表されることもわかります。そこで、 $[y]$ を代表するそのよう

な円周のはめ込みのうち最小二重交点数 n はいくつか、という問題が自然な興味の対象になります。例えば、 $(a,b) = (1,0)$ または $(0,1)$ のとき $n = 0$ 、 $(a,b) = (2,0)$ または $(0,2)$ のとき $n = 1$ 、であることは容易に予想できると思います。実際、一般の a, b に対して最大公約数を d とすると $n = d - 1$ 、であることがトポロジー的方法によって証明されます。話を T と $[y]$ から元の M と $[x]$ に戻すと、最小二重交点数 n に相当するようなものが最小種数 g ですが、トポロジー的方法だけでは研究はなかなか進みません。微分幾何的な方法、特に理論物理のゲージ理論を応用した方法が有力になることが少なくありません。難解にはなりますが、面白い問題です。それでも、何でも目で見るように理解しようというトポロジスト精神を忘れずに研究しています。

Department
of
Mathematics

金 英子

位相幾何学

現在は、曲面の写像類群について研究しています。皆さんが好きな曲面（私は種数5の閉曲面が好きです）を思い浮かべ、その曲面の同相写像のイソトピー類全体を考えます。この集合は、写像の合成に関して群になり、この群のことを写像類群といいます。写像類群の元として一般的なものが、擬アノソフとよばれる写像類です。私が興味を持っているのは、最も"シンプル(簡単)"な擬アノソフはどのようなものか？ という問題です。もう少し詳しく説明します。擬アノソフ写像類は、力学系や双曲幾何学の観点から、複雑(カオス的)な性質(それと同時に美しい性質)をもっています。その複雑さを反映するいくつかの量があります。例えば(位相的)エントロピーや(双曲)体積とよばれる量です。曲面を一つ固定して、その上の写像類群を考えると、擬アノソフ写像類達のエントロピーや体積の集合にはそれぞれ最小値が存在します。これらの量の最小値を実現する写像類はどのようなものか？ というのが上の問題です。最近、Gabai, Meyerhoff, Milley 達は、体積が小さい3次元双曲多様体を完全に決定しました。とても興

味深いことに、彼らの結果からわかることは、これらの3次元多様体は全て、たった一つの3次元双曲多様体のデーン手術とよばれる操作によって得られるのです。この特別な多様体は、他にも摩訶不思議な様々な性質を持つので、専門家はマジック多様体とよんでいるのですが、別な言い方をすれば、マジック多様体は、体積が小さいという特徴的な性質を持つ3次元双曲多様体の"親"になっている、ということです。小さなエントロピーを持つ擬アノソフ写像類についても、どうやらマジック多様体が"親"になっているのではないかとこの予想は、最近の私の研究や他の専門家の研究に基づいています。曲面のタイプはもちろん無限種類あります。(例えば種数？の閉曲面の族など。) それぞれの曲面の写像類群について、エントロピーの最小値を実現する写像類が存在します。曲面のタイプは無限種類あるのでこのような写像類も無限にあります。このような無限個の写像類が、実はたった一つの多様体から得られるのかもしれない。この研究に取り組んでいると、我々のこの宇宙について、思いを馳せてしまうのです。

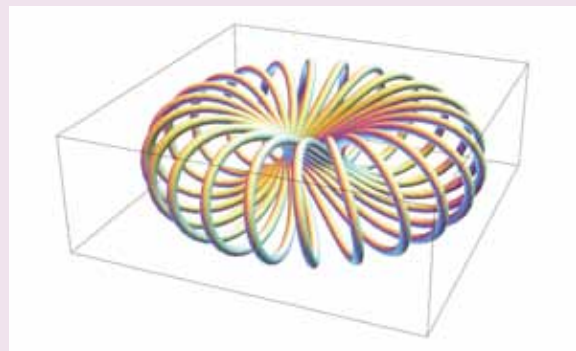
Department
of
Mathematics

小磯 憲史

微分幾何学

専門は微分幾何学です。微分幾何学といっても色々あるのですが、きれいな曲線や曲面の性質、とくにその動きについて研究しています。たとえば、ピアノ線を曲げたらどういう形になるかとか、石鹼液で石鹼膜を張るとどういう形になるか、というようなことは古くから研究されているのですが、まだまだ未解決で興味のあることがたくさんあります。石鹼膜を例にとります。円筒を石鹼膜として、その端の2つの円を固定して内部に空気を吹き込んでいくと、円筒はだんだん膨らんでくるでしょう。少しの空気を吹き込んだくらいなら、どういう形になるかはおおむね分かっています。しかし、たくさん吹き込むと、回転面ではなくなるまでには分かれますが、それでは一体どういう形かということ、物理的な実験または計算機を使った数値実験はともかくとして、数学的にはよく分かっています。

せん。また、曲げたピアノ線を空中に放り投げたときにどういう形を経由してまっすぐになっていくのか、というような問題についてもまだよく分かっていません。未解決問題だけを並べましたが、このような問題を解析学を助けにした微分幾何学の感じで研究しています。



Department
of
Mathematics

後藤 竜司

幾何学

微分幾何、位相幾何、複素幾何、あるいは現代では、忘れられてしまった古典的な幾何など、幾何全般について深く敬愛を抱きつつ、研究しています。最近はカラビーヤウ多様体、超ケーラー多様体、 G_2 , Spin(7)多様体など、スペシャル幾何学と呼ばれるものを、統合する視点から研究しています。スペシャル幾何学は数理物理、代数幾何、解析など様々な分野に深く関連しており、魅力的な研究対象です。このスペシャル幾何学を統合するという視点を極めていくと、更に新たな幾何の鉱脈が発見できるのではと、胸を踊らせながら、研究を進めています。

Department
of
Mathematics

小林 治

微分幾何学

研究分野は多様体の微分幾何学です。部分多様体にはあまり興味がなく、と言っても Minkowski 空間内の極大曲面の論文がありますが、内在的な幾何学に興味があります。キーワードは曲率。特にスカラー曲率と Ricci 曲率に興味があります。スカラー曲率に関しては1980年代に山辺不変量と呼ばれる多様体の不変量を導入しました。この不変量に関わる問題はどれも難しいのですが魅力的です。これは私の研究の共形幾何学的側面です。一方、射影幾何学的視点からの微分幾何学の研究もしています。具体的には体積要素を平行にするトーション 0 のアファイン接続の Ricci 曲率です。接続は曲率と並んで微分幾何学の最も基本的な概念だと認められています。しかし一般のアファイン接続の内在的な研究はまだ少ないようです。



Department
of
Mathematics

今野 一宏

複素代数幾何学

代数幾何学とは、中学・高校で習う放物線や楕円といった代数方程式で与えられる図形（多様体）を研究する数学の一分野です。一般には多変数のしかも連立の代数方程式で与えられる図形の幾何学的性質を、主に代数を用いて調べますので、日本では「代数学」に分類されています。高等学校では、座標平面に描かれた円や放物線、あるいは3次関数のグラフ等に対する様々な問題を、連立代数方程式に帰着させて解いたはずです。こういうやり方は、歴史的な事情から「解析幾何」と呼ばれていますが、本当は「代数幾何」なのです。しかし、連立代数方程式が簡単かと言うと、そうではありません。例えば、連立一次方程式の解法は線形代数の講義を通して大学初年に習いますが、これが連立2次方程式となると急に難しくなって、いまだに一般的な解法が見つかっていません。実際、大切な

図形の多くが自然な連立2次方程式の解として現れますので、事情はかなり複雑なのです。放物線などとは違って、一般には紙や黒板にうまく描けないような図形が研究対象です。従って、それがちゃんと「見える」ようになるためには、それなりの「修行」が必要になるのは言うまでもありません。例えば、私が好きな代数曲面は4次元の対象なので、私たちの3次元空間内には残念ながら描けません。華麗な姿をひと目見たいと思ったら、是非、代数幾何学を勉強して下さい。

Department
of
Mathematics

杉田 洋

確率論

私の専門は確率論です。とくに無限次元確率解析、モンテカルロ法、確率論の数論といった分野に興味を持っています。ここでは、モンテカルロ法について書くことにします。

現代確率論が2年次で習う「確率・統計」よりどこが進歩しているか、を一言でいうと「無限個の確率変数を扱えるようになったこと」ということができます。たとえば「確率・統計」でN回のコイン投げの確率モデルが出てきますが、現代確率論では無限回のコイン投げの確率モデルを実現します。じつは驚くべきことに、確率論のすべての対象は（非可算個の独立確率変数を考える、などというマニアックな場合を除いて）原理的には「無限回のコイン投げ」を基にして作り上げることができます。

この原理はモンテカルロ法において生かされます。すなわち、モンテカルロ法では、まず、シミュレートしたい確率変数 S をコイン投げのサンプルの関数とし

て構成します。そして、コイン投げのサンプル…疑似乱数生成器と呼ばれるコンピュータプログラムを用いて算出されます…をその関数に放り込むことによって、 S のサンプルを計算するのです。そこで重要な問題は「疑似乱数生成器をどのように構成するか」ということです。長い間、ランダムな数列を生成するプログラムなど存在しない、という理由で、そもそも完全な疑似乱数生成器は存在しない、と信じられてきました。それが1980年代に提案された「計算量的に安全な疑似乱数生成器」という概念は、完全でない疑似乱数生成器でも確率変数 S のシミュレートを実際上完全に実行し得る可能性があることを人々に信じさせました。近年、私は大数の法則を利用して確率変数の平均値をモンテカルロ法によって求める場合に限っては、完全な疑似乱数生成器が存在し、実際にコンピュータで実現することができることを証明しました。

Department
of
Mathematics

鈴木 讓

数理情報学

情報理論とその応用に関する研究をおこなっています。情報理論は、狭義には、デジタル情報の暗号化、符号化、圧縮の性能の限界を証明する学問領域ですが、最近では代数曲線暗号、ベイジアンネットワークなど数理科学として興味深い問題の解決に没頭しています。

有限巡回群 G の2元 α を生成元として、もう一方 β が α の何乗か(離散対数)を計算機で求める問題(discrete logarithm problem, DLP)を考えます。位数が非常に大きいと、離散対数を求めるのは困難になります。この性質が最近の公開鍵暗号に応用されています。 G として有限体上の楕円曲線の有理点の集合が用いられてきましたが、非特異代数曲線のヤコビアン群を用いる方法に一般化されています。効率のよい群演算(因子類の代表元を計算)、いくつかの解読方法について成果を出しています。

この他、最近では、elliptic divisibility sequence といって、楕円曲線の特定の点における等分多項式の値の系列を利用した暗号について研究しています。そ

の際に、ヤコビアン群の2元からきまるTateペアリングという双線型非退化な量を計算します。非特異代数曲線の中でも、先行研究として具体的な定義方程式を仮定したものは、超楕円曲線を利用したものしかなく、代数曲線の数理として、理論を構築していく余地があります。この領域は、暗号でではなく、数理物理(可積分系)への応用も可能です。

この他、私はベイジアンネットワーク(BN)といって、確率変数間の依存関係を非巡回有向グラフで表現する方法についての日本で最初の研究者とされています(1993年にUncertainty in Artificial Intelligenceという該当分野の著名な国際会議で発表)。BNは、データマイニングや機械学習などに応用されています。2009年に「ベイジアンネットワーク入門」(培風館)という書籍を発行しました。数学では当たり前であっても、数学的に証明できることしか書いていない書籍は情報科学ではほとんどなく、その意味で強いインパクトを与えています。

Department
of
Mathematics

砂川 秀明

偏微分方程式

偏微分方程式論を専門にしています。特に、(やや広い意味の)波動現象に関連した非線形偏微分方程式の解の諸性質を解析学的手法によって調べています。

線形の偏微分方程式に対してはある程度整った一般論がありますが、「非線形」というのは単に線形でないものをまとめてそう呼んでいるだけですから、非線形偏微分方程式に対しては一般論と呼べるほどに整った理論はなかなか期待できそうにありません。そこで、対象をある程度限定して個別に各々の問題に取り組みざるを得ないのがこの分野の現状ですが、個別ゆえに想像もつかなかったような興味深い現象に遭遇することが時々あって、それはそれで面白いものです。

もう故人ですが、Fritz Johnという数学者がいます。彼は非線形波動方程式の解の爆発に関してきわめて著しい研究成果を挙げたことで有名なのですが、その研

究スタイルは素朴な道具立てでありながらも深くて独創的なものであって、既存の理論を応用しただけで辿り着けるものでは決してありません。興味のある方は彼の著書や論文を読んでみて下さい。私はJohnのような研究スタイルを深く敬愛しています。

Department
of
Mathematics

角 大輝

複素力学系、フラクタル

数学のなかには時間とともに物事が変化していく様子を記述するいくつかの枠組みがあります。例としては、微分方程式、漸化式、確率過程などがあげられます。そのうち、漸化式については、高校時に、「第 $n+1$ 項が第 n 項の $\frac{1}{3}$ に 1 を足したものとなるときに第 n 項を初期値と n で表せ、また極限はどうなるかを求めよ」などというようなものがあつたと思います。この話を少し一般化したものとして、生物学の数理モデルで、「 1 年に 1 回しか卵を産まない、ある昆虫の第 n 年目の個体数を第 n 項としたとき、 f をある 2 次 (以上の) 多項式として、すべての n において第 $n+1$ 項が第 n 項を f で写したものである」という多項式であらわされる漸化式の話があります。この多項式 (や有理関数の) 漸化式を考えたいとき、初期値を複素数まで広げてやると、見通しがよくなります。このように、複素平面上で、多項式や有理関数による漸化式を考える分野を、「複素力学系」と呼びます。高校時と違い、 f が 2 次以上だと、第 n 項を初期値と n で表すことは一般に不可能です。また、一つの多項式漸化式を考えても、それぞれの複素数初期値によって、後の様子は、まったく異なります。

しかし、現代の複素解析学を駆使しているいろいろな情報を得ます。例えば、少し動かすと後に大きな影響のある「鋭敏な初期値」の集合が必ずあるのですが、それは、細部を拡大すると自分自身と似るといふ、「自己相似性」という特徴を持つことがわかります。その鋭敏な初期値集合をコンピュータで絵にする人も

いらっしゃって、見ると、不思議なことに樹木や雪の結晶やカリフラワーの表面に似ていたりします。

また、さらにすすんで、曲面を変形する理論の応用・発展を多項式漸化式に合わせて作り、少し動かしても大きな影響の少ない穏やかな初期値の挙動の情報を得たりします。ここまでくると、 2 、 3 次元の幾何学の大きな話題である「双曲幾何学」の対象である、「一次分数変換で作られた離散的な群」の話と似ていることがわかってきて、興味を覚えます。

以上のような話は、高次元の複素多様体上でも、現在発展中です。

私はさきの多項式や有理関数を、複数用意して、初期値から出発してその関数たちを毎回すべて施していくシステムを考える、ということをも自分で修士 1 年だった 1994 年に思いつき、それ以来考えています。この私の研究にはいくつかのアプローチがあります：

- (1) 鋭敏な初期値集合の、ハウスドルフ次元という非整数をも許す次元を、測度論を用いて評価すること
- (2) ランダムな漸化式と思って、確率論を少し使う方向、例えば「悪魔の階段」という、自己相似集合の上だけで変化する連続関数の、複素平面上版を得ます
- (3) 鋭敏な初期値集合のなかの小自己コピーたちの重なり具合を、コホモロジーという代数を用いて調べること、などです。これらを通じて、複数の漸化式が絡む様子をうまく表現したいと考えています。

最後に、複素力学系という研究対象は上で数理モデルを例に挙げたように、出発点はとても具体的で、取り付きやすいと思います。複素解析や測度論などの道具立てを通して、複素力学系は数学的に奥深い理論になってきました。具体的な数理モデルにも、純粋数学の深いところにも、両方に通じている感じを味わうことができるのが、複素力学系の面白いところだと思います。

Department
of
Mathematics

高橋 篤史

代数幾何学および数理論理学

数学と理論物理学は互いに刺激を与えながら発展してきました。なかでも超弦理論は数学の世界に非常に大きな影響を与え続けています。とくに、それは非常に興味深いアイデアの源であり、群論・表現論・保型形式・数論・代数幾何・シンプレクティック幾何等の、これまで個別に研究されてきた数学を結び付け、数学だけでは想像もつかない現象を次々に予言し、重要な問題を解く手がかりを与えます。

現在私が興味を持っているのは、超弦理論の代数幾何学的側面、とくにミラー対称性に関連した数学です。より詳しくは、代数多様体の接続層の導来圏を拡張した「Dプレーンの圏」に対するホモロジー代数および、それから定まるモジュライ空間の定性的および定量的な研究です。

具体的には、多項式に対してある三角圏を導入して、それから統一的に原始形式および平坦構造を構成することを目指して研究を行っています。たとえば、ADE 型の特異点を定める多項式から構成した三角圏が、

ADE 型圏の表現の導来圏と同値になることを示しました。さらに現在では、 14 個の例外型特異点の場合に対しても、ADE 型特異点のときと同様に、特異点とある有限次元代数の間のミラー対称性対応を示し、「アーノルドの奇妙な双対性」をより精密に理解することに成功しています。



Department
of
Mathematics

土居 伸一

偏微分方程式論

私の専門は偏微分方程式論です。偏微分方程式とは、独立変数とその未知関数、ならびに有限階数までその偏導関数に関する関数方程式のことであり、数理物理学・工学・微分幾何学などいろいろな分野に起源をもちます。私はその中でも波動現象を記述する方程式（波動方程式を代表とする双曲型方程式とシュレディンガー方程式を代表とする分散型方程式）に興味をもち研究しています。研究のもともとの嗜好は、応用に現れる個々の偏微分方程式の個別的性質を明らかにするというよりは、あるクラスの偏微分方程式に対してそれらを一貫した基本性質（解の存在・一意性・特異性・漸近挙動、スペクトルの性質など）を明らかにすることにあります。もっとも最近ではポテンシャルの形が限定されたシュレディンガー発展方程式を対象として、その解の特異性がいかに伝播するかというかなり具体的な

問題に力を入れています。量子力学はプランク定数をゼロに近づけていくと古典力学で近似できると考えられていますが、同様に波動現象を記述する偏微分方程式の解の特異性は、それに付随する正準方程式の解の漸近挙動で制御できると期待されています。この原則がいかなる条件下で正しく、いかなる条件下で崩れるのか、それを明らかにするのが上述の問題の中心課題です。

Department
of
Mathematics

富田 直人

実函数論

私の研究分野はフーリエ解析（調和解）で、特に関数空間に興味を持っています。フランスの数学者J. Fourier（1768-1830）は、熱方程式を解くためにフーリエ級数と呼ばれる三角関数からなる級数を導入しました。Fourier自身は、任意の周期関数は三角関数の和で表すことができると考えていましたが、現在ではこれが一般には成り立たないことが知られています。すると今度は、どのような周期関数であればフーリエ級数展開可能なのかという問題が生まれますが、この間に答える一つの関数の枠組みとして、ルベーグ空間という関数空間が登場します。関数空間とはある性質をみたす関数の集まりのことで、ルベーグ空間の場合には p 乗可積分な関数の全体です。このように、関数空間とは関数の滑らかさであったり遠方での減少性など、関数の持つ性質を調べる定規の役割を果たし

ます。そして、どの関数空間を用いるのが適切なのかは、考えている問題に応じてかわってきます。最近、擬微分作用素にモジュレーション空間という関数空間が応用できることが分かり、特に私はこの空間に興味を持っています。擬微分作用素は、現代の偏微分方程式論において必要不可欠な道具と言われており、モジュレーション空間を詳しく研究することで擬微分作用素論をさらに発展させることが私の研究課題です。

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

Department
of
Mathematics

中村 博昭

整数論

知りたい量を x とおき、 x が満たす方程式を立てて解くことは人類が何千年も前から受け継いだ数学の伝統です。2次方程式に続き、3次4次の方程式に解の公式があることはイタリア・ルネッサンスの時代にカルダノやフェラーリによって公けにされましたが、5次以上の方程式に累乗根による解の公式がないこと、そして累乗根で解けるための必要十分条件は、19世紀になってからようやくアーベルやガロアの活躍で解明されました。このガロア理論の現代版が私の研究のメインテーマです。

ガロア群の概念は20世紀に入るとグロタンディークにより「数論的基本群」の概念に拡張され、代数的数のガロア群と位相幾何的なループのなす基本群の間の緊密な相互関係の発見(ベリーの定理)を契機に「遠アーベル幾何」という分野が生まれました。そこには代数曲線やそのモジュライ空間の被覆の系列の制御と

いう重要な問題が横たわり、さらに深い数論的現象が立ち現れることが伊原理論により明らかになっています。

有理点や定義体に関わるディオファントス問題やガロアの逆問題、アソシエーターと呼ばれる非可換級数の性質を調べる問題など多岐にわたる分野が絡み合っ活発に進展しているのみならず、関係する古典的な代数的数論や保形関数論の奥行きは深く、また応用する現代的な数論幾何学の問口も広いので勉強が大変ですが、重要な未解決問題も数多く残されています。少しでも解明に向けて前進したいと考えています。

Department
of
Mathematics

林 仲夫

偏微分方程式

非線形偏微分方程式の解の性質、特に解の漸近展開に興味をもって研究しています。物理学や流体力学の研究に非線形偏微分方程式は数多く利用され研究されてきました。私が学生のときの話を少ししたいと思います。4年生のセミナーではヒレー吉田の定理を前期に読みその後高村さんによるヒレー吉田の定理の非線形版を読みました。現在の研究に役立っているとは思えませんが関数解析の基本的知識を習得することには役立ったと思っています。1960年代後半から1970年代にかけて非線形半群の研究が盛んにおこなわれていましたが、もうそろそろ問題を探すのも大変だろうということで修士に入ってからには現在の研究に関係した文献の紹介をセミナーでおこなうことにしました。現在の研究分野に関して言うと、私が研究をはじめた1970年代後半は非線形偏微分方程式の研究といっ

ても線形偏微分方程式の解の性質を問題に応用すると言った程度の研究でのどかなものでした。1980年代半ばにはいろいろな新しい方法が導入され、1990年代に入り非線形項の性質を考慮に入れた研究がおこなわれこの分野もかなり進歩したのではないかと思います。しかしまだ十分に研究されつくしたとはいえません。研究の難しさは解が非線形項の影響をどのように受けるかを発見し厳密に証明することですが(実は解の漸近展開が予想できても証明できないことが結構あります) Korteweg-de Vries 方程式ですら証明されていません。

Department
of
Mathematics

原 靖浩

位相幾何学

私の専門は位相幾何学で、特に変換群論について研究をしています。変換群論の有名な定理の一つとしてポルスク-ウラムの定理があります。これはホモロジー群を最初に学ぶときに、応用として取りあげられることが多い定理ですので知っている人も多いと思いますが、 n 次元球面から n 次元ユークリッド空間への連続写像について、球面の対心点、つまり中心に関して対称な2点で、写像の値が等しくなるようなものが存在するという定理です。地球上の真反対にあるような2点で温度も湿度も等しくなるような点が存在するというような応用が語られることもあります。ポルスク-ウラムの定理を証明するためには、位数2の群を球面に不動点を持たないように作用させたときに、群の作用を保つような球面間の連続写像（同変写像と呼ばれる）について、その写像度が奇数になるという、群の

作用を考えたときの写像のホモトピーに関する定理を証明し、それをを用いるのが一つの方法です。ポルスク-ウラムの定理の場合には球面と位数2の群の作用というものを考えているわけですが、実際には、もっと別の多様体で別の群を作用させたときにも、このような群の作用を保つような連続写像のホモトピーに制限がつくことがあることがわかっています。私の現在の研究としては、このような現象をコホモロジー等を用いて考察したり、位相幾何学において出てくる他の位相不変量とどのように関係しているかを調べたりしています。

Department
of
Mathematics

藤野 修

代数幾何学

私は主に代数幾何学に興味を持っています。もう少し正確に言うと、高次元代数多様体の双有理幾何学を研究しています。1980年代初頭、森重文は高次元双有理幾何学への新しいアプローチをはじめました。これは現在、極小モデル理論や森理論と呼ばれています。残念ながら、この美しいアプローチはまだ完成していません。私の夢の一つは、極小モデル理論を完全に完成することです。また、私はトーリック幾何学、ホッジ理論、複素幾何学などにも興味を持っています。



Department
of
Mathematics

藤原 彰夫

数理工学

「情報とは結局のところ何なのであろうか?」という問題意識に基づき、これまで『量子情報理論』『非可換統計学』『情報幾何学』などの分野の研究を行って来ました。これらの研究分野について、以下で簡単に説明したいと思います。

『量子情報理論』は、シャノンに始まる情報理論を量子力学と融合させることにより誕生した研究分野で、元々は光通信理論に端を発する地味な研究分野でしたが、1990年代の半ば、量子コンピュータによる素因数分解アルゴリズムが発表されてからというもの、爆発的な人気を博し、現在はそのブームの真っただ中にあるといっても過言ではありません。量子情報理論の研究分野は多岐に渡りますが、私はその中でも特に、量子通信路の符号化理論に軸足を置いて研究を行っています。さて、量子力学は古典的な確率論の非可換化と見なすこともできますが、同様に、古典的な確率論に立脚した統計学を非可換な量子力学の世界に拡張したものが『非可換統計学』と呼ばれる分野です。いわゆるハイゼンベルクの不確定性関係は、こうした研究の初期の姿と見ることもできるでしょう。物理量の同時観測不能性に起因する数学的難しさが、逆にこの分野

の魅力ともなっています。ここでの私の主な研究テーマは、量子状態や量子通信路の統計的推定理論、量子仮説検定理論などです。特に量子通信路の推定問題は、比較的最近研究が始まったばかりで、分からないことだらけです。ところで、確率論というと、多くの人は解析学を連想するのではないのでしょうか。しかし、確率分布全体からなる空間を考え、そこに多様体構造を導入して幾何学の観点から研究することも可能なのです。これが『情報幾何学』と呼ばれる分野で、ここではリーマン計量に関して互いに双対な2つのアフィン接続、という視点が中心的役割を果たします。私は、こうした幾何構造を、量子状態のなす多様体に拡張したいと思って研究を続けています。もちろん、ただ形式的に非可換な世界に拡張するだけなら難しくないかもしれません。でも私が目標としているのは、上で述べた量子情報理論や非可換統計学といった分野において「役に立つ」、もう少し学問的な用語を用いるならば、「操作的解釈を許容する」量子情報幾何構造を明らかにすることなのです。とはいえ、言うは易く行うは難しで、なかなか一筋縄では研究が進まず苦勞しています（だからこそ面白い!）。最後に、まだ大した結果は得られていませんが、最近計算論的にランダムなデータ系列とエルゴード理論との関係に興味があります。いつの日か、アルゴリズム的ランダムネス理論と情報幾何学を融合させた新たな武器（もしくは世界観）を創り上げ、これを用いて熱力学や統計力学を捉え直してみたい、これが私の夢です。

Department
of
Mathematics

松本 佳彦

微分幾何学、多変数複素関数論

微分幾何学に、多変数関数論的な観点を交えつつ取り組んでいます。これまでは主に「漸近的複素双曲空間」について、特にその上のアインシュタイン方程式と呼ばれる偏微分方程式を中心として研究してきました。これは「有界強擬凸領域」の幾何学の一般化にあたりますが、しかし複素幾何学の範疇には収まらないものです。その研究を活かしつつ、さまざまな他の「遠方において対称性の高い空間に近づいていく」空間（一般に漸近的対称空間と呼ばれます）にも通用するような、もっと高い視点からの仕事をしたいと目論んでいます。

漸近的対称空間の最も基本的な例である漸近的双曲空間は、本物の双曲空間のような等質性や等方性は持ちませんが、ある点から遠ざかれば遠ざかるほどその周囲がだんだんと双曲空間であるかのように見えてくるような空間です。双曲空間の無限遠境界である球面に「自然に」共形構造が備わっているのと同様に、漸近的双曲空間の無限遠境界には、やはり共形構造が定まります。漸近的複素双曲空間

間の場合には、双曲空間と比べて等方性の少し限定された複素双曲空間がモデルになっており、無限遠境界にはCR構造（コーシー・リーマン構造）が現れます。

漸近的対称空間の幾何学における基本的な問いは、第一に無限遠境界の幾何構造の持つ性質が、第二に空間のトポロジーが、空間そのものの性質としてどのように反映されるかということです。この問いには「与えられた状況下で、空間がある種の性質を満たし得るか」ということも含まれていて、アインシュタイン計量の存在問題というのはその典型です。

漸近的双曲空間については世界的に見ればかなりの研究の蓄積がありますが、それでもまだ未解決問題ばかりです。また、一般の漸近的対称空間にも通用するような理解こそが本当の理解であるように思うのですが、そういう意味では目の前に広がっているのはほとんど荒野であると言ってもよさそうです。具体的なケースの調査と抽象的な考察の間を往復しながら、理解を深めていこうと思います。

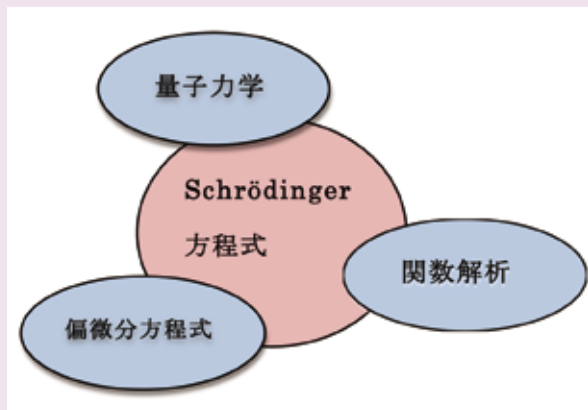
Department
of
Mathematics

水谷 治哉

偏微分方程式

専門は偏微分方程式論です。そのなかでも量子力学の基礎方程式であるシュレディンガー方程式を研究してきました。これまでの研究のキーワードとしては半古典理論や超局所解析、散乱理論などが挙げられます。具体的にはシュレディンガー方程式の解の性質、例えば正則性や特異性、時刻無限大での漸近挙動などが古典力学系の性質とどのように対応づけられるのか、関数解析の手法を用いて調べています。最近は古典力学系に捕捉される軌道（例えば閉軌道）が存在する場合に関心を持っています。

その他にも多体問題やスペクトル理論、物性物理で重要なアンダーソン局在やアハロノフ-ボーム効果など、シュレディンガー方程式は数学的にも面白い題材を沢山持っていて興味の尽きない対象です。

Department
of
Mathematics

宮地 秀樹

双曲幾何学・タイヒミュラー空間論

曲面と3次元多様体の変形およびその退化に興味を持っています。曲面や3次元多様体に幾何構造を指定するとつづれ方（退化）が多様に現れます。例えば、ピンチング変形という典型的な双曲曲面の変形があります。それは双曲曲面上の単純閉曲線の長さを短くするような変形です。タイヒミュラー空間は、そのような双曲構造（複素構造）の変形を記述する空間です。この空間を用いることにより、曲面の変形が、空間上の点の動きとしてとらえることができます。ほとんどの場合、曲面や双曲3次元多様体上の幾何的量は、タイヒミュラー空間上の関数となり、退化の研究では、それらの関数のタイヒミュラー空間上の振る舞いを調べることが重要になります。例えば、先述のピンチング変形は、対応する曲線の長さが0にするような変形となります。曲面は基本的な数学的対象です。そのため、曲面の変形を記述する空間であるタイヒミュラー

空間は、リーマン面などの解析的対象、写像類群やクライン群などの幾何的対象、代数曲線などの代数的対象を用いるなど、様々な観点から研究され、そしてそれぞれにおいて応用されています。

Department
of
Mathematics

盛田 健彦

エルゴード理論

エルゴード理論 (ergodic theory) というのが私の専門分野です。「エルゴード」という言葉はボルツマン (Boltzmann) が 1884年に出版した論文の中で導入したもので、ギリシャ語の ergon (仕事量) + hodos (経路) を語源としているのだそうです。微視的な世界の極めて多くの分子の運動の情報をもとに確率論的手法を用いて、温度や圧力といった巨視的な世界の現象を説明することを考えてみましょう。そのためには、 10^{23} 乗個以上の分子の位置や速度を長時間観測しそれを平均した値を用いたいところなのですが、そんなことは現実問題としてまず不可能です。そこ導入されたのが「エルゴード仮説」です。あらっばく書くと、「各分子の運動に関する物理量についての長時間平均を、空間平均で置き換えることを可能にする」ための根拠となる仮説です。不幸にしてこの仮説は一般には成立しないことが知られています。以上のような背景がある分野名が付いていることもあり、

「エルゴード問題」=「与えられた力学系がエルゴード的かどうか、すなわち、長時間平均 = 空間平均をみたすような力学系であるかどうかを判定する問題」が古くから主要課題の一つとなって来ました。しかし、私が勉強し始めた 20世紀後半には、既に様相が一変しており、確率論、統計力学、力学系理論ばかりではなく微分幾何学、位相幾何学、数論、函数解析、情報理論とありとあらゆる数学分野で応用されるような分野となっていました。20世紀を代表する数学者の一人コルモゴロフ (Kolmogorov) は生前、「エルゴード理論は数学諸分野の交差点である」といったとも聞いています。私もそれにあやかって「あなたの専門を一言でいって下さい」と質問されたならば、「時間のような代数系が幾何学的対象である空間に力学系として作用するとき、その挙動を確率論的手法で解析し応用する数学の交差点的分野」のように答えることにしています。

Department
of
Mathematics

森山 知則

整数論

私は、整数論、とくに多変数の保型形式に興味を持って研究しています。古典的な一変数保型形式は、複素関数論でおなじみの上半平面の上で定義された正則関数で、ある種の対称性を持つものです。これは、整数論をはじめとして様々な数学の分野に自然に現れ、長い研究の歴史があります。

上半平面の高次元への一般化として、Riemann対称空間という多様体があるのですが、その等長変換群 G は Lie 群 (連続群) の構造をもちます。この Lie 群 G には代数的なやり方で離散的な部分群 (数論的部分群) が定義されます。Riemann対称空間の上で定義された関数で、「数論的部分群に関する相対不変性」と「Lie 群 G に由来する微分方程式系」の 2 つを満足するものが多変数の保型形式です。その研究は、少なくとも見積もって 1930年代の Siegel の仕事に始まる 70年以上の歴史を持ち、その時々数学の様々な手法を縦横に用いて行われてきました。現在、私は局所体上で定義さ

れた簡約代数群の無限次元表現論を主な道具として、多変数の保型形式から定義されるゼータ関数の詳しい性質を調べたり、保型形式を具体的に構成することに取り組んでいます。

実際の研究では、かなり手ごわい計算にしばしば直面しますが、様々な状況証拠や一般的な予想などを手がかりに一歩一歩進むうちに、思わぬ (しかし気がついてみれば自然な) バイパスを発見し、一気に見通しが開けるなどという経験も多々あります。

Department
of
Mathematics

安田 正大

整数論

私はこの L 関数の特殊値に興味を持ち研究をしています。特に Hasse-Weil L 関数の特殊値に興味があります。Hasse-Weil L 関数は数論的なスキームやモチーフに付随するものであり、コホモロジーを用いて定義されます。他に多重ゼータ値についても研究をしています。

整数論では整数係数の多変数多項式系を考察します。このような多項式系の整数解を求めるのはしばしばとても難しい問題です。そこで整数解だけではなく、いろいろな可換環に値をもつ解を同時に考察します。すると連立多項式系をスキームと捉えることができ、整数論に幾何的な考察を導入することが可能になります。

Hasse-Weil L 関数の特殊値はモチヴィックコホモロジー群というものと結びついていると信じられています。モチヴィックコホモロジー群は代数的サイクルや、代数的 K 理論を用いて定義され、通常計算が困難です。このような抽象的なものが、 L 関数の特殊値というより具体的なもの関係するというのは深みのある予想です。また多重ゼータ値は、種数 0 の曲線の基本群や混合 Tate モチーフなどの数論的対象と結びついています。また KZ 方程式や Drinfeld 結合子といった他分野の数学と

も関係があります。

モチーフと保型表現のとの間に対応があるとも信じられています。保型 L 関数にはいろいろな計算手段があるためこの信念は重要です。モチーフと保型表現との間の関係を実現する道具に志村多様体がありますが、私は近藤智氏との共同研究で、志村多様体の関数体類似に対して、とあるモチヴィックコホモロジー群と Hasse-Weil L 関数の特殊値とが関係することを証明しました。

Hasse-Weil L 関数は Galois 表現を通じて定義されます。そのため Galois 表現についての考察が必要になります。特に p 進局所体の p 進 Galois 表現について詳しい性質を調べることが技術的に重要で、 p 進 Hodge 理論を用いて調べることになります。 p 進 Hodge 理論は近年発展がめざましく、次々と新しい理論が作られています。まだよくわかっていないことも多く、まだまだ発展の可能性のある魅力的な分野です。特に局所体の整数係数 p 進表現の理論が、現状では扱いづらく具体的計算が困難のため、より扱いやすい理論の構築を目指し、現在研究を行っています。

Department
of
Mathematics

安田 健彦

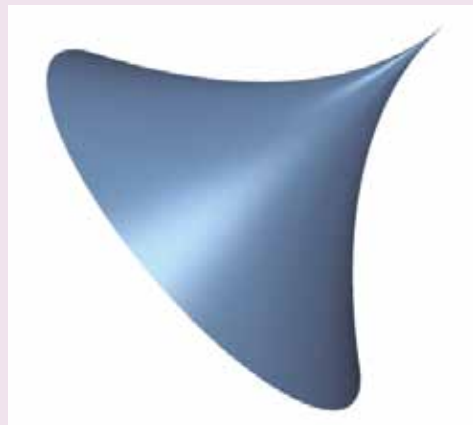
代数幾何学, 特異点論

私の主な研究対象は代数多様体の特異点です。代数多様体とは代数方程式の解集合の成す図形のことですが、図形の尖ったり、自分自身で交わっていたりする点が特異点です。特異点は図形の解析を難しくしますが、多くの場面で現れるために特異点自体を理解することが重要です。また、それ自体が豊かな数学を含んでいる興味深い研究対象です。

もう少し具体的には、特異点解消、特異点の双有理幾何的性質、マッカーイ対応などに興味があります。これらは古典的な研究分野ですが、少し視点や問題設定を変えると新しい現象を発見できることが（たまにですが）あります。このような発見こそが、私にとって数学研究の一番の醍醐味です。モチーフ積分、フロベニウス写像、モジュライ論的爆発、非可換環などの様々な道具を用いて、ときには自分で道具を作って研

究をしています。

最近では正標数（1をいくつか足し合わせると0になる世界）における、特異点のミステリアスな振る舞いに魅了されています。



Department
of
Mathematics

山ノ井 克俊

複素幾何学

複素幾何学と複素解析学について、主にネヴァンリンナ理論の立場から研究しています。複素幾何学においては、高次元ネヴァンリンナ理論における主要な未解決問題である、射影多様体への整正則曲線に対する第二基本予想に興味をもっています。また一般型射影多様体上の小林擬距離の振る舞いにも興味をもっています。これらの問題は、一般型射影多様体上の代数曲線の標準次数を幾何学的種数で上から評価する、代数幾何学の問題とも関連しています。また、複素解析学については、複素平面上の有理型関数の値分布理論について、地味でありながらも、複素解析としての深みをもつ問題に興味を感じています。

Department
of
Mathematics

渡部 隆夫

整数論

現在の研究内容は、数の幾何 (geometry of numbers) です。数の幾何は1900年代初頭にミンコフスキーによって創始された分野で、有名な定理としてミンコフスキーの凸体定理「 n 次元ユークリッド空間の中の原点対称な凸体で、その体積が 2^n より大きいものは、原点以外の整数点を必ず含む。」があります。凸体として楕円体を取るとより精密な結果が言えます。例えば、3次元の場合には、3次の実正則行列 A を固定して、点 x で内積 (Ax, Ax) の値が定数 $c > 0$ 以下になるようなもの全体の集合を $K(c)$ とおくと、 $K(c)$ は楕円体になります。 c を変化させて、各 $i=1, 2, 3$ に対し、定数 c_i を $c_i = \lceil K(c) \rceil$ 個の一次独立な整数点を含むような c で最小のもの」と定義します。このとき3個の定数 c_1, c_2, c_3 について $(c_1)(c_2)(c_3) \leq 2|\det A|^2$ という不等式が成り立ちます。これはミンコフスキーの第2定理と呼ばれています。同様の不等式が n 次元の楕円体の場合にも成り立ちます。

一般に A を n 次元実正則行列として、定数 c_1, c_2, \dots, c_n を3次元の場合と同じように（1次独立なベクトルが n 個までとれるので、定数は n 個になります）定義すると $(c_1)(c_2)\dots(c_n) \leq h(n)|\det A|^2$ が成り立ちます。ここで $h(n)$ は n 次元のエルミート定数とよばれる定数です。 $h(2)=4/3, h(3)=2, h(4)=4$, など $h(8)$ の値までは決定されていますが、一般の n では、 $h(n)$ の値は求まっていません。この分野における最近の大きな話題は、2003年に $h(24)=4^{24}$ が求められたことです。（皆さんも、例えば $h(9)$ の値を決定すれば教科書に名前が載ることになります。ちなみに、 $h(3)=2$ を求めたのはガウス（1831年）でした。ガウスはミンコフスキーよりも前の年代の人ですが、実質的にこの値を求めていました。）私の興味は、上に述べたような数の幾何の理論をユークリッド空間から代数多様体に拡張することにあります。最近の研究で、Minkowskiの第2定理をグラスマン多様体やセベリ-ブラウアー多様体にまで拡張することができました。ここに述べたこと以外に、数論的部分群の基本領域、保型形式、2次形式の代数的理論や、ディオファントス近似論にも興味があります。

分野別セミナーと談話会

●代数系セミナー

Department of Mathematics

整数論保型形式 セミナー

整数論・保型形式セミナーは、主に整数論関係の分野を専攻する学生・研究者を対象として、代数的整数論、解析的整数論、保型関数論、数論幾何学、代数的組み合わせ論等における様々な話題を提供することにより、各人の知識の向上と幅広い視野の獲得を目的として開かれています。通常、セミナーは月に2回（隔週）行なわれ、国内および国外の研究者が専門分野における最新の成果・話題について発表・報告をします。学生・研究者同士の交流、情報交換の場の提供という役割も担っています。

Department of Mathematics

代数幾何・複素幾何 セミナー

本セミナーは代数幾何学、複素幾何学の各方面で活躍される研究者同士の活発な情報交換の場として、月に2、3回程度行われます。通常各回に一名の研究者が90分の講演を行い、講演後に質疑応答や講演者を囲んで議論をしたりします。講演内容は主として代数幾何学、複素幾何学に関連した多岐に渡る分野の総合報告から最新の研究結果にまで及んでいます。講演者は日本だけでなく各国の大学からも来られ、活発な意見交換が行われています。参加者が当該分野に関する見識を広めると同時に深めることができるようなセミナーを目指しています。

●幾何学系セミナー

Department of Mathematics

幾何セミナー

主に微分幾何、複素微分幾何とその周辺分野で最近得られた結果についての講演を聞き討議します。講師は、当大学のスタッフ、学生、他大学等の方など、できるだけ、その仕事をした人自身にお願いし、質疑応答の時間も余裕を持ってとるなど、この分野の研究の生の現場に触れられるよう努力しています。

Department of Mathematics

微分トポロジー セミナー

トポロジーグループでは次の4つのセミナーが開催されています。3次元多様体、結び目、双曲幾何をテーマとする低次元トポロジーセミナー（大鹿健一、宮地秀樹）、接触構造、シンプレクティック構造、葉層構造、力学系をテーマとする微分トポロジーセミナー（大和健二）、変換群論およびそれに関連する話題をテーマとする変換群論セミナー（原靖浩）、4次元多様体、複素曲面をテーマとする4次元セミナー（菊池和徳）。それぞれのセミナーでは新しい研究成果の発表、初学者のための入門的講義などが行われ、関西圏の研究者の情報交換、討論の場となっています。またこれらに加えて、分野の垣根を超えて様々なトポロジー研究者の話を聴く交流の場として（月に1回位のペースの）阪大トポロジーセミナーを開いています。

●解析系セミナー

Department of Mathematics

確率論セミナー

阪大確率論グループ（理学研究科及び基礎工学研究科）では

1. 確率論固有の問題、及び数学の他の分野（実解析、微分方程式、微分幾何学など）から生じた確率解析、無限次元解析の問題
2. 統計物理、確率制御、数理ファイナンス等の分野で確率論に関係した問題

などについて、毎週火曜日4時半から6時まで理学部大セミナー室でセミナーを開催しています。このセミナーは大学院生を含んだ近隣の大学にも開放されたものであり、阪大以外の研究者（外国人も含む）にも幅広く講演を依頼し交流を深めています。

Department of Mathematics

微分方程式セミナー

微分方程式関係では毎週金曜日に、線形方程式非線形方程式を問わず合同のセミナーを開き、最新の研究成果発表や周辺での研究現況の紹介等を通し、広く研究交流を行なっています。参加者は、解析系の教員と院生達ばかりでなく、工学研究科や基礎工学研究科など他研究科や阪大近隣の他大学からの参加も多い。話題としては、様々な線形及び非線型微分方程式、特に数理物理学や数理工学に関連して現れる微分方程式に対する解の定性的な性質に関する研究を広くカバーしています。

●談話会

Department of Mathematics

力学系・フラクタルセミナー

力学系理論、エルゴード理論、フラクタル理論に関係した幅広い分野の研究者・学生が集まって、一ヶ月に一度程度、水曜日の午後に1時間半程度の長さのセミナーを行っています。そこでは、学内外の研究者や大学院生の方に最新の研究成果や研究進行状況を発表していただき、参加者全員による活発な議論を行っています。また、参加者同士の交流や意見交換を盛んに行っています。

Department of Mathematics

数学談話会

数学専攻の談話会は、数学の様々な分野の優れた研究者が最新の研究成果を分かりやすく解説する講演会です。月曜日の16時30分からE404大セミナー室で開催されています。教員・学生を問わず誰でも参加できます。講演の前後には、講演者を囲んでコーヒーやお茶などを楽しみながら文字通り談話することも多く、数学に限らずいろいろな話をして楽しいひとときを過ごします。