

平成 26 年 度

前 期 日 程

専 門 数 学 問 題

〔注 意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計 4 か所）に右詰めで正確に記入すること。
3. 問題本文は、3 ページと、5 ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 2 枚と白紙 3 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはならない。
8. 問題冊子および表紙・白紙は持ち帰ること。

- 1 開区間 (a, b) で定義された関数 $f(x)$ の原始関数の 1 つを $F(x)$ とするとき、
任意の原始関数は定数 C を用いて

$$F(x) + C$$

と表すことができる。このことを平均値の定理を用いて証明せよ。

(配点率 50 %)

2

すべての素数を小さい順に並べた無限数列を

$$p_1, p_2, \dots, p_n, \dots$$

とする.

(1) n を自然数とするとき

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} < \frac{1 - \left(\frac{1}{p_1}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{p_1}} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{p_2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{p_2}} \times \dots \times \frac{1 - \left(\frac{1}{p_n}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{p_n}}$$

を証明せよ.

(2) 無限級数

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ -\log \left(1 - \frac{1}{p_k} \right) \right\}$$

は発散することを証明せよ.

(3) 無限級数

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{p_k}$$

は発散することを証明せよ.

(配点率 50 %)